

Liga zadaniowa - województwo kujawsko - pomorskie

Klasa I gimnazjum

Zadania przygotowawcze na I spotkanie etapu rejonowego w dniu 16.11.2013 r.

Tematyka:

1. Działania na liczbach wymiernych.
2. Podzielność liczb naturalnych i całkowitych.
3. Proste obliczenia procentowe.
4. Graniastoslupy.

1. Porównaj liczby: $1,(36)$ oraz $\frac{19}{14}$.

2. Oblicz: $\frac{0,5 : 1,25 + \frac{7}{5} : 1\frac{4}{5} - \frac{3}{11} : \frac{1}{3}}{(1,5 + \frac{1}{4}) : 18\frac{1}{3}} : \frac{1}{3}$.

3. Mydło w kształcie prostopadłościanu po pewnym czasie zmniejszyło swoje wymiary do połowy. O ile procent objętość mydła zmniejszyła się po zmydleniu?

4. Spośród liczb całkowitych dodatnich, mniejszych niż 2013, wybieramy wszystkie te, które są podzielne przez 3, a przy dzieleniu przez 7 dają resztę 5. Ile jest takich liczb?

5. Po skróceniu ułamka

$$\frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 29 \cdot 30}{7 \cdot 3^{17} + 5 \cdot 3^{16} + 4 \cdot 3^{15}}$$

otrzymano ułamek nieskracalny. Jaki jest mianownik tego nieskracalnego ułamka?

6. Wskaż wszystkie liczby naturalne czterocyfrowe, które są podzielne przez 4, a iloczyn ich cyfr jest równy 24.

7. Wyznacz liczbę dzielników liczby: $3^5 + 2^2 \cdot 3^4 + 2^2 \cdot 3^6$.

8. Jeżeli Michał kupi 11 zeszytów, to zostanie mu 5 złotych, zaś na zakup 15 zeszytów brakuje mu 7 złotych. Ile pieniędzy ma Michał?

9. Reszta z dzielenia przez 7 liczby a jest równa 3, reszta z dzielenia przez 7 liczby b jest równa 6. Jaka jest reszta z dzielenia przez 7

(a) liczby a^2 ?

(b) iloczynowi liczb a i b ?

(c) liczby $2a^2 + 3ab$?

10. Reszta z dzielenia liczby pierwszej przez 21 jest liczbą złożoną. Która z liczb mogłaby być tą resztą? Ile jest takich reszt?

11. Czy istnieją dwie kolejne liczby naturalne, których sumy cyfr są podzielne przez 11?

12. Liczba naturalna nazywa się żółtą, jeśli zapisana jest przy pomocy różnych cyfr i iloczyn tych cyfr równy jest 2520. Podaj kilka przykładów takich liczb. Wyznacz największą i najmniejszą żółtą liczbę naturalną.

13. Czy liczba $666 \dots 6$, w której liczba 6 powtarza się 2013 razy jest kwadratem liczby naturalnej?

14. Ile jest liczb naturalnych mniejszych od 2013, z których

(a) każda jest podzielna przez 3 i przez 17?

(b) każda jest podzielna przez 3 lub przez 17?

(c) każda jest podzielna przez 3 i niepodzielna przez 17?

(d) żadna nie jest podzielna ani przez 5 ani przez 7?

15. Wyznacz wszystkie liczby pięciocyfrowe \overline{abcde} , które są podzielne przez 36 i dla których $a < b < c < d < e$.
16. Dane są dwie różne cyfry, z których żadna nie jest zerem. Wykaż, że suma wszystkich liczb dwucyfrowych, które można zapisać przy pomocy tych cyfr, jest podzielna przez 22.
17. Ile istnieje liczb trzycyfrowych, przy których zapisie użyto tylko raz cyfry 5?
18. Pewna liczba przy dzieleniu przez 3 daje resztę 2, a przy dzieleniu przez 5 daje resztę 3. Jaka resztę otrzymamy dzieląc tę liczbę przez 15?
19. Wskaż cyfrę, która zajmuje pozycję z numerem 2013 w dziesiętnym rozwinięciu ułamka $\frac{11}{13}$.
20. Każdą z podanych liczb wymiernych, zapisanych przy pomocy nieskończonego rozwinięcia dziesiętnego, zapisz w postaci ułamka zwykłego: a) $0,7(3)$, b) $0,(134)$, c) $0,22(13)$, d) $0,(2002)$, e) $0,123(114)$.
21. Która z liczb jest większa: $\frac{39}{158}$ czy $0,24(5)$?
22. Oblicz a) $\frac{(6\frac{3}{5} - 3\frac{3}{14}) \cdot 5\frac{5}{6}}{(21 - 1,25) : 2,5}$ b) $\frac{0,5 : 1\frac{1}{4} + 1,4 : 1\frac{4}{7} - 0,(27) \cdot 3}{1,75 : 18,(3)}$
 c) $\frac{0,5 + \frac{1}{4} + 0,1(6) + 0,125}{0,(3) + 0,4 + \frac{14}{15}} + \frac{(3,75 - 0,625) \cdot \frac{48}{125}}{12,8 \cdot 0,25}$.
23. Czy liczba $\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{98 \cdot 99} + \frac{1}{99 \cdot 100}$ jest większa od $\frac{98}{99}$?
24. Wyznacz sumę $\frac{1}{11 \cdot 22} + \frac{1}{22 \cdot 33} + \frac{1}{33 \cdot 44} + \dots + \frac{1}{2012 \cdot 1013}$.
25. Oblicz a) $\frac{985 \cdot 654654}{327 \cdot 137137 + 137 \cdot 327327}$, b) $\left(1 + \frac{2}{3}\right) \cdot \left(1 + \frac{2}{5}\right) \cdot \dots \cdot \left(1 + \frac{2}{2013}\right)$.
26. Woda stanowi 84% wagi spragnionego wielbłąda Kubusia. Jeśli ten wielbłąd się napije, jego waga wynosi 800 kg, a woda stanowi 85% jego wagi. Jaka jest waga spragnionego wielbłąda Kubusia?
27. Połowa pasażerów, którzy wsiedli do tramwaju na przystanku początkowym, zajęła miejsca siedzące. Na pierwszym przystanku liczba pasażerów zwiększyła się o 8%. Ilu pasażerów wsiadło do tramwaju na przystanku początkowym, jeśli wiadomo, że w tramwaju mieści się co najwyżej 70 osób?
28. Buty kosztujące 100 zł przeceniono o 20%. Po miesiącu, w związku z sezonową obniżką, wszystkie ceny zmniejszono o 20%, a po kolejnym miesiącu dokonano następnej przeceny i wtedy buty kosztowały 60 zł. O ile procent obniżono cenę za trzecim razem?
29. Liczba x jest większa od liczby y o 20%. O ile procent liczba y jest mniejsza od liczby x ?
30. Dwa prostopadłościennych pudełka mają równe objętości. Jedno z nich ma 1,2 dm wysokości i pole podstawy wynoszące 4,8 dm². Oblicz wysokość drugiego pudełka, jeżeli wiemy, że jego pole podstawy jest równe 3,6 dm²?
31. Łączna długość wszystkich krawędzi sześcianu jest równa 76,8 cm. Oblicz objętość tego sześcianu.
32. Połowa zadań to zadania trudne, połowa zadań to zadania nudne. Ile procent zadań trudnych stanowią zadania nudne, jeśli wiadomo, że co trzecie z zadań nudnych jest trudne?

Uwaga. Dodatkowe zadania przygotowawcze można znaleźć w książkach: Liga Zadaniowa, str.15-18, 25-29; Koło matematyczne w szkole podstawowej, str.121-131, 173-174; Koło matematyczne w gimnazjum, rozdziały: Liczby, Podzielność liczb, Procenty.