Liga Zadaniowa - województwo kujawsko - pomorskie

Klasa I gimnazjum - ETAP REJONOWY

Zadania przygotowawcze na II spotkanie konkursowe w dniu 11.01.2014 r.

Tematyka:

1. Obliczanie pól wielokątów.
2. Układ współrzędnych.
3. Działania na wyrażeniach algebraicznych.
4. Kąty wierzchołkowe, naprzemianległe, przyległe, odpowiadające.
5. Kąty wewnętrzne i zewnętrzne różnych wielokątów.

1. Dany jest prostokąt $ABCD$ o polu 120. Punkty E, F, G i H dzielą odpowiednio boki AB, BC, CD i DA w stosunku 1:4, tzn.
$$\frac{|AE|}{|EB|} = \frac{|BF|}{|FC|} = \frac{|CG|}{|GD|} = \frac{|DH|}{|HA|} = \frac{1}{4}.$$
Oblicz pole równoległoboku $EFGH$.

2. Wiedząc, że $\frac{a}{3a+b} = \frac{1}{2013}$, oblicz $\frac{b}{4b+2010a}$.

3. Wiadomo, że przekątne rombu o polu 8 zawarte są w osiach układu współrzędnych, a ich długości wyrażają się przez liczby całkowite. Podaj współrzędne wierzchołków wszystkich takich rombów.

4. Dany jest równoległobok $ABCD$. Dwusieczne kątów zewnętrznych tego równoległoboku przecinają się w punktach E, F, G i H. Uzasadnij, że E, F, G i H są wierzchołkami prostokąta.

5. W trójkącie ABC kąt wewnętrzny przy wierzchołku A ma miarę 20^o, kąt wewnętrzny przy wierzchołku B jest trzy razy większy od kąta A. Najpierw przedłużono bok BC poza C i znaleziono na tym przedłużeniu punkt D taki, że $|CD| = |CA|$. Następnie przedłużono bok BC poza B i znaleziono na nowym przzdłużeniu punkt E taki, że $|BE| = |BA|$. Znaleźć kąty trójkąta AED.

6. Punkt E należy do boku AB równoległoboku $ABCD$ i nie jest wierzchołkiem tego równoległoboku. Prosta DE przecina przekątną AC w punkcie X. Uzasadnij, że pola trójkątów AXD i EXC są równe.

7. Oblicz pole czworokąta $ABCD$ mając dane współrzędne punktów $A = (-2, -3)$, $B = (7, -4)$, $C = (1, 1)$, $D = (-1, -7)$.

8. Punkty $A = (-2, 4)$, $B = (4, 4)$ są wierzchołkami trójkąta ABC, którego pole jest równe 24. Znajdź współrzędne punktu C wiedząc, że a) trójkąt ABC jest równoramienny i odcinek AB jest jego podstawą, b) trójkąt ABC jest prostokątny, c) pierwsza współrzędna punktu C jest równa -3.

9. W czworokącie $ABCD$ kąty przy wierzchołkach A i B są proste. Jaki jest stosunek pól trójkątów ADB i ACB, jeżeli wiadomo, że pole czworokąta $ABCD$ jest trzykrotnie większe niż pole trójkąta ACB?

10. W trójkącie równoramiennym ABC, w którym $|AC| = |BC|$, poprowadzono dwusieczną AD kąta przy wierzchołku A. Wiadomo dodatkowo, że $|AD| = |AB|$. Jaka jest miara kąta $\angle ACB$?

11. Dane są punkty o współrzędnych $(-3,-1)$, $(3,-1)$, $(1,3)$. Wyznacz wszystkie równoległoboki, których trzy wierzchołki znajdują się w podanych punktach.

12. Zapisz i doprowadź do najprostszej postaci wyrażenie algebraiczne, na którego podstawie można obliczyć kwotę spłaconych pieniędzy, jeśli umowa między dłużnikiem a wierzycielem zakłada, że pierwsze trzy raty będą jednakowej wysokości, a każda następna będzie równa połowie poprzedniej, oraz że wszystkich rat jest 10.

13. Uzupełnij kwadraty magiczne:

2x-8		4-4x
	-x+1	

3x-10	-2x+1	5+x

	$-2n^2-1$	n^2
	$3n^2$	

14. Miary zewnętrznych kątów trójkąta pozostają w proporcji 6 : 7 : 11. Znajdź miarę kąta między dwusiecznymi wychodzącymi z wierzchołków mniejszych kątów wewnętrznych tego trójkąta.

15. W trójkącie równoramiennym ABC, gdzie $|AB| = |BC|$, miara jednego z kątów zewnętrznych jest równa 100^o. Wyznacz miary kątów wewnętrznych trójkąta.

16. W trapezie równoramiennym $ABCD$ o podstawach AB i CD mamy $|BC| = |CD| = |DA|$ i przekątna AC jest prostopadła do boku BC. Oblicz miary kątów tego trapezu.

17. Obwód prostokąta ma 112 cm. Dwusieczna jednego z jego kątów wewnętrznych dzieli dłuższy bok w stosunku 2 : 3. Oblicz długości boków tego prostokąta.

18. W trójkąt o kątach 40^o, 70^o, 70^o wpisano okrąg i połączono punkty styczności trójkąta i okręgu. Oblicz miary kątów powstałego trójkąta.

19. Ile jest różnych trójkątów prostokątnych o polu 2020, których przyprostokątne mają długości będące liczbami naturalnymi?

Uwaga. Dodatkowe zadania przygotowawcze można znaleźć w książkach: Liga Zadaniowa, str.69-73 i 76-90; Koło matematyczne w szkole podstawowej, str.145-166; Koło matematyczne w gimnazjum, str. 117-132.