

**Zadania niespodzianki na spotkanie kończące Ligę Zadaniową w roku szkolnym
2013/2014**

1. Zastąp gwiazdki cyframi tak, aby prawdziwa była równość: $(***)^3 = 12*****3$.
2. Znajdź cyfry x, y i z takie, że $(\overline{2xy})^2 = \overline{xyzxy}$.
3. Siedem tomów książek stojących na półce w porządku 1, 5, 6, 2, 4, 3, 7 trzeba ustawić we właściwej kolejności. Czy można to uczynić w taki sposób, że będziemy prznosić zawsze tylko trzy sąsiednie tomy i wstawiać je w dowolne miejsce nie zaburzając ich kolejności.
4. Ile razy trzeba zapisać obok siebie blok cyfr 2013, aby utworzona liczba była podzielna przez 99? A ile bloków będzie potrzebnych, jeśli blok 2013 zamienimy na 2014?
5. Ile jest par liczb naturalnych a i b takich, że $NWD(a, b) = 24$ i $NWW(a, b) = 2496$?
6. Znajdź najmniejszą liczbę całkowitą dodatnią o tej własności, że pomnożona przez 2 staje się kwadratem liczby całkowitej, a pomnożona przez 3 staje się sześcianiem liczby całkowitej.
7. Znajdź wszystkie liczby trzycyfrowe o tej własności, że każda jej cyfra jest liczbą pierwszą, przez którą dzieli się ta liczba.
8. Ile istnieje liczb trzycyfrowych o tej własności, że suma dowolnych dwóch ich „cyfr” jest podzielna przez ich trzecią „cyfrę”?
9. Jakie cyfry kryją się pod literami, jeśli wiadomo, że liczba \overline{US} jest liczbą pierwszą:

$$\begin{array}{r} 1777 \\ + \text{KARL} \\ \hline \text{GAUSS} \end{array}$$

10. Ania i Basia uczestniczą w pracy kółka matematycznego, w którym chłopcy stanowią ponad 91% wszystkich uczestników. Czy w kółku może uczestniczyć mniej niż 21 chłopców?
11. Średni wiek członków sekcji gimnastycznej wynosi 11 lat. Starostą grupy jest siedemnastolatek, a średni wiek pozostałych członków grupy wynosi 10 lat. Ilu członków liczy sekcja gimnastyczna?
12. Pociąg, jadąc z pewną stałą prędkością, minął semafor w ciągu 5 sekund, a potem, jadąc nadal z tą samą prędkością, minął peron długości 150 m w ciągu 15 sekund. Z jaką prędkością jechał pociąg i jakiej był długości?
13. Liczbę 56 przedstaw jako sumę dwóch liczb o tej własności, że trzecia część jednej z nich równa jest czwartej części drugiej z nich.
14. Prowadząc dwie linie proste rozetnij trójkąt na 2 trójkąty, czworokąt i pięciokąt.
15. Nieskończone rozwinięcie dziesiętne z częścią całkowitą równą 0 tworzymy następująco: po przecinku zapisujemy kolejno cyfry a i b ; każda następna cyfra jest cyfrą jedności sumy dwóch cyfr poprzednich. Z ilu różnych par (a, b) otrzymamy po skończonej liczbie operacji układ cyfr 57?

16. W zapisie nieskończonego rozwinięcia okresowego $0,(abcdefg)$ wykreślamy wszystkie cyfry stojące na miejscach nieparzystych, licząc od przecinka. Z nowego zapisu znowu usuwamy cyfry stojące na nieparzystych i czynność tę powtarzamy wielokrotnie. Czy po skończonej liczbie kroków otrzymamy z powrotem wyjściowe rozwinięcie okresowe?
17. Parę liczb całkowitych dodatnich jednocyfrowych (x, y) nazywamy sympatyczną, jeżeli $x > y^2 + 1$ i przyjemną, jeśli $y < x^2 + 1$. Czy istnieje para liczb sympatyczna, która nie jest przyjemna? Czy istnieje para liczb przyjemna, która nie jest sympatyczna?
18. Na dwóch prostych równoległych, odległych od siebie o 12 jednostek wybrano po 6 punktów; na prostej k punkty: A, B, C, D, E, F , i na prostej s punkty: P, Q, R, S, T, U . Odległości między sąsiednimi punktami na prostej k są równe 1, a na prostej s są równe 2. Ile różnych liczb wyraża pole powierzchni trójkątów, których wierzchołkami są wybrane punkty?
19. Na dwóch różnych prostych równoległych wybrano po 6 punktów; na prostej k punkty: A, B, C, D, E, F , i na prostej s punkty: P, Q, R, S, T, U . Ile można dostrzec różnych trójkątów, których wierzchołkami są wybrane punkty? Trójkąty uznajemy za różne, jeśli oznaczone są różnymi kompletami liter; trójkąty uznajemy za jednakowe, jeśli oznaczone są tą samą trójką liter, choć podaje się je być może w innej kolejności.
20. Na stole stoją trzy jednakowe skrzynki. W jednej z nich są dwie czarne kulki, w drugiej dwie białe kulki, a w trzeciej jedna czarna kulka i jedna biała kulka. Na skrzynkach umieszczono napisy: „dwie czarne”, „dwie białe”, „biała i czarna”, przy czym wiadomo, że żaden z napisów nie odpowiada prawdzie. W jaki sposób, wyjąwszy tylko jedną kulkę z tylko jednej skrzynki i nie sprawdzwszy zawartości żadnej ze skrzynek, określić prawidłowo zawartość każdej ze skrzynek?

Serdecznie zapraszamy na uroczyste podsumowanie Ligi Zadaniowej w roku szkolnym 2013/2014