

# Liga Zadaniowa – województwo kujawsko-pomorskie

## Klasa II gimnazjum – ETAP REJONOWY III spotkanie konkursowe – 22 marca 2014 r.

### Zadania konkursowe

1. Udowodnić, że w trójkącie równoramiennym suma odległości dowolnego punktu jego podstawy od ramion jest równa wysokości tego trójkąta opuszczonej na ramię.
2. Udowodnić, że jeśli  $a$ ,  $b$ ,  $c$  są liczbami rzeczywistymi, to

$$a^2 + b^2 + c^2 \geq a(2b + 2c - a).$$

3. Czy liczba

$$\frac{1}{\sqrt{3} + 1} + \frac{1}{\sqrt{5} + \sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{7} + \sqrt{5}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{2025} + \sqrt{2023}}$$

jest liczbą całkowitą?

4. Punkt  $(-1, -1)$  jest środkiem rombu, którego pole jest równe 8. Jednym z wierzchołków rombu jest punkt  $(-2, 0)$ . Wyznacz pozostałe wierzchołki tego rombu.

5. Oblicz  $\sqrt{1 + 2015\sqrt{1 + 2014\sqrt{1 + 2013\sqrt{1 + 2012 \cdot 2010}}}}$ .

6. W trójkącie, którego długości boków są równe 32, 24 i 40 wyznacz promień okręgu opisanego na tym trójkącie, promień okręgu wpisanego w ten trójkąt oraz odległość między środkami tych okręgów.

**Uwaga 1.** Wszystkie odpowiedzi do zadań powinny być uzasadnione.

**Uwaga 2.** Czas trwania konkursu - 90 minut.

**Uwaga 3.** Nie można używać kalkulatorów.