

## Zadania przygotowawcze na II spotkanie etapu rejonowego w dniu 11.01.2014 r.

### Tematyka:

1. Potęga o wykładniku naturalnym.
2. Działania na liczbach wymiernych.
3. Podzielność liczb całkowitych.

1. Uzupełnij kwadraty magiczne:

a)	<table border="1" style="display: inline-table; border-collapse: collapse; text-align: center;"><tr><td style="width: 30px; height: 30px;"></td><td style="width: 30px; height: 30px;"></td><td style="width: 30px; height: 30px;"></td></tr><tr><td style="width: 30px; height: 30px;"></td><td style="width: 30px; height: 30px; text-align: center;">-12</td><td style="width: 30px; height: 30px;"></td></tr><tr><td style="width: 30px; height: 30px; text-align: center;">-3</td><td style="width: 30px; height: 30px;"></td><td style="width: 30px; height: 30px; text-align: center;">6</td></tr></table>					-12		-3		6
	-12									
-3		6								

b)	<table border="1" style="display: inline-table; border-collapse: collapse; text-align: center;"><tr><td style="width: 30px; height: 30px;"></td><td style="width: 30px; height: 30px;"></td><td style="width: 30px; height: 30px; text-align: center;">5</td></tr><tr><td style="width: 30px; height: 30px;"></td><td style="width: 30px; height: 30px; text-align: center;"><math>-3^2</math></td><td style="width: 30px; height: 30px;"></td></tr><tr><td style="width: 30px; height: 30px;"></td><td style="width: 30px; height: 30px;"></td><td style="width: 30px; height: 30px; text-align: center;"><math>(-4)^2</math></td></tr></table>			5		$-3^2$				$(-4)^2$
		5								
	$-3^2$									
		$(-4)^2$								

2. Pewna liczba całkowita przy dzieleniu przez 4 daje resztę 3, zaś przy dzieleniu przez 5 daje resztę 2. Jaką resztę daje ta liczba przy dzieleniu przez 20?
3. Znajdź wszystkie liczby naturalne o cyfrach parzystych, mniejsze od 500 i podzielne przez 9.
4. Pani Krystyna hoduje psy. Ma ich tyle, że gdy dodaje do siebie liczbę psich ogonków, uszu i łapek, to otrzymuje ponad 100. Gdy zaś zsumuje tylko liczbę ogonków i liczbę łap, to otrzymuje mniej niż 80. Ile psów ma Pani Krystyna?
5. Oblicz wartość wyrażenia  $5 \cdot \frac{2}{2011} \cdot 2 \cdot \frac{2012}{2013} - 3 \cdot \frac{1}{2011} \cdot 1 \cdot \frac{2012}{2013} - 2 \cdot \frac{1}{2011} \cdot 3 \cdot \frac{2012}{2013}$ .
6. Umieść znaki działań i nawiasy tak, aby  $\frac{1}{2} \frac{1}{6} \frac{1}{6009} = 2003$ .
7. Ustaw w porządku rosnącym liczby:  $2^{45}$ ,  $3^{36}$ ,  $4^{27}$ ,  $5^{18}$ .
8. Ile dzielników ma liczba  $49 \cdot 27$ ?

9. W tabeli obok podane są liczby punktów, które można otrzymać za utworzenie liczby sześciocyfrowej niepodzielnej odpowiednio przez 2, 3, 4, 5, 6, 9. Otrzymane punkty sumujemy. Jaką cyfrę należy wpisać w puste pole poniższego diagramu, tak aby za utworzoną liczbę sześciocyfrową otrzymać w sumie jak najwięcej punktów? Podaj wszystkie takie cyfry.

Otrzymana liczba nie jest podzielna przez	Liczba punktów
2	2
3	3
4	4
5	5
6	6
9	9

6	0	0	0		6
---	---	---	---	--	---

10. Wyznacz wszystkie liczby dwucyfrowe mające największą liczbę dzielników.
11. Ile jest liczb naturalnych mniejszych niż 2020, które nie są podzielne ani przez 4 ani przez 5?
12. Która z liczb jest większa  $\left(1 - \frac{2}{3}\right)\left(1 - \frac{2}{5}\right)\left(1 - \frac{2}{7}\right) \dots \left(1 - \frac{2}{2009}\right)\left(1 - \frac{2}{2011}\right)$  czy  $\frac{1}{2^{11}}$ ?
13. Wyznacz wszystkie liczby siedmiocyfrowe podzielne przez 12, w zapisie których występują tylko cyfry 5 i 4.
14. Uzasadnij, że iloczyn cyfr każdej liczby trzycyfrowej jest zawsze mniejszy od tej liczby.

15. Dwaj uczniowie, wysoki i niski, wyszli jednocześnie z tego samego domu do szkoły. Jeden z nich miał krok o 20 % krótszy od kroku drugiego ucznia, ale za to zdążył zrobić w tym samym czasie o 20% więcej kroków. Który z nich przybył wcześniej do szkoły?

16. Smok ma 2012 głów. Rycerz może ściąć jednym cięciem 33 głowy lub 21 głów lub 17 głów lub 1 głowę. Smokowi odrasta odpowiednio 48, 0, 14 i 349 głów jednocześnie, tzn. jeśli rycerz zetnie 33 głowy, to smokowi odrósł 48 głów itd. Smok zostanie zabity, jeśli wszystkie głowy zostaną ścięte. Czy rycerz może zabić smoka? Odpowiedź uzasadnij.

17. 1 stycznia 2013 roku o godzinie 12 w południe pewne dwa zegary wskazywały prawidłową godzinę. O jednym z nich wiemy, że w ciągu doby spieszy się o trzy minuty, drugi w tym czasie spóźnia się o jedną i pół minuty. Kiedy te zegary po raz pierwszy znów wskażą w ciągu doby tę samą godzinę? Czy będzie to w roku 2013?

18. Liczba naturalna  $a$  przy dzieleniu przez 5 daje resztę 3, zaś przy dzieleniu przez 7 daje resztę 2. Jaka resztę otrzymamy z dzielenia liczby  $a$  przez 35?

19. W zapisie dziesiętnym liczby wystąpiły tylko 73 jedynek. Czy liczba ta dzieli się przez 111?

20. Która z liczb jest większa  $\left(\frac{1}{10}\right)^{10}$  czy  $\left(\frac{3}{10}\right)^{20}$  ?

21. Wiadomo, że  $p > q$ . Która z liczb jest większa  $\frac{p}{2} + \frac{q}{2}$  czy  $q$  ?

22. Ile razy należy do siebie dodać liczbę 8, aby otrzymać w sumie  $8^{100}$  ?

23. Podaj największą liczbę naturalną, która przy dzieleniu przez 7 daje iloraz równy reszcie.

24. Ze szklanki pełnej czarnej kawy Kasia wypila  $\frac{1}{6}$  szklanki i dołala do pełna mleka. Następnie

wypila z tej szklanki  $\frac{1}{3}$  uzyskanego płynu i znów uzupełniła mlekiem. Potem wypila ze szklanki połowę otrzymanego płynu, uzupełniła szklankę mlekiem i wreszcie wypila wszystko. Czego wypila więcej kawy, czy mleka?

25. Wyznacz wszystkie liczby pięciocyfrowe  $\overline{abcde}$ , które są podzielne przez 36 i dla których  $a < b < c < d < e$ .

**Uwaga1:** Dodatkowe zadania przygotowawcze można znaleźć w książkach "Liga zadaniowa", str. 25 – 27, str. 15 – 18, str. 78 – 90, oraz „*Koło Matematyczne w Szkole Podstawowej*” str. 121 – 126, 126 – 132.

**Uwaga2:** Dodatkowe zadania przygotowawcze na etap wojewódzki można znaleźć w książce „*Koło Matematyczne w Szkole Podstawowej*”: zad. 372, zad. 386, zad. 389, zad. 406 oraz przykład 6, str. 111 i przykład 8, str. 128.