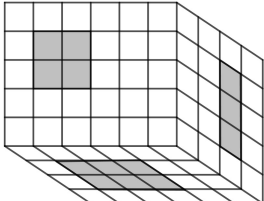


Liga Zadaniowa – konkurs przedmiotowy z matematyki
Województwo kujawsko-pomorskie

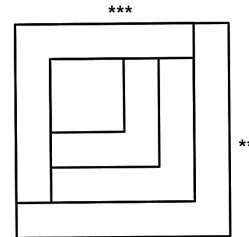
Klasa VII szkoły podstawowej

Zadania przygotowawcze na I spotkanie etapu rejonowego w dniu 16 listopada 2019 roku

Tematyka: 1. Działania na liczbach wymiernych. 2. Podzielność liczb naturalnych i całkowitych.
3. Proste obliczenia procentowe. 4. Graniastosłupy.

1. Oblicz: $\frac{0,3 + 0,7 : \frac{56}{3}}{((0,25)^2 - 0,1) : 3} : (5 + 0, (43) - 0,0(34))$.
2. Rozważamy liczby czterocyfrowe, w których zapisie nie występuje 0, a suma cyfr jest równa 7. Wypisz spośród takich liczb wszystkie liczby podzielne przez 4.
3. Znajdź najmniejszą liczbę całkowitą dodatnią o tej własności, że podzielona przez każdy z ułamków, $\frac{14}{3}$ i $\frac{35}{8}$, daje ilorazy będące liczbami całkowitymi.
4. Porównaj liczbę $\frac{2424 \cdot 8484}{4646 \cdot 6464}$ z liczbą $\frac{2}{3}$.
5. Pudełko malin potaniało od wczoraj o 30% i kosztuje dzisiaj 5,60 zł. Cena pudełka borówek spadła od wczoraj o 12% i wynosi dzisiaj 11 zł. Czy skrzynka zawierająca 6 pudełek malin oraz 5 pudełek borówek potaniała od wczoraj o więcej niż 20%?
6. Wyróżnionymi punktami sześcianu są środki wszystkich jego krawędzi. Połączono odcinkami wszystkie możliwe pary wyróżnionych punktów. Ile z tych odcinków nie zawiera się w żadnej ścianie sześcianu?
7. Wskaż cyfrę, która w dziesiętnym rozwinięciu ułamka $\frac{5}{14}$ znajduje się na 2019. miejscu po przecinku.
8. Z cyfr 1, 2, 6, tworzymy wszystkie możliwe liczby czterocyfrowe, przy czym wśród nich znajdują się także liczby zapisane tylko przy pomocy jednej z podanych cyfr oraz liczby utworzone przy pomocy dokładnie dwóch różnych cyfr z trzech podanych. Ile jest liczb podzielnych przez 12 wśród wszystkich utworzonych w ten sposób liczb czterocyfrowych?
9. Cenę pewnego towaru zwiększono najpierw o 8%, potem tę nową cenę podwyższono o 30 zł, a po jakimś czasie tę ostatnią cenę obniżono o 20%. Cena końcowa wyniosła 240 zł. Ile kosztował towar na początku? O ile procent cena końcowa była niższa od ceny początkowej?
10. W prostopadłościennym kloku o wymiarach $6 \times 5 \times 4$ sklejonym z identycznych sześcianików o krawędziach długości 1, wydrążono na wylot „tunele” prostopadłe do ścian. Ile kostek jednostkowych wyjęto?
11. Wskaż wszystkie pary cyfr a i b , dla których liczba $\overline{281a435b}$ jest podzielna przez 18.
12. Cenę pewnego towaru podwyższono w okresie świątecznym o 10%, a później dwukrotnie obniżono, najpierw o 10%, a potem jeszcze o 20%. Po wszystkich zmianach towar kosztował 990 zł. Oblicz początkową cenę towaru. Jaki procent najwyższej ceny towaru stanowi cena końcowa?
13. Rozważamy wszystkie możliwe prostopadłościany o objętości 36 cm^3 , których krawędzie mają długości wyrażone przez całkowite liczby centymetrów.
 - a) Ile jest wśród nich prostopadłościanów o istotnie różniących się wymiarach? Podaj ich wymiary. (Nie różnią się istotnie dwa prostopadłościany o wymiarach z tylko przestawioną kolejnością, np. $5 \times 4 \times 9$ i $5 \times 9 \times 4$.)
 - b) Czy wśród nich istnieje para prostopadłościanów o tej własności, że pole powierzchni całkowitej jednego z nich jest co najmniej dwukrotnie większe od pola powierzchni całkowitej drugiego?
14. Liczba stanowiąca 4% liczby całkowitej n jest liczbą całkowitą podzielną przez 3. Jeśli podzielimy liczbę n przez 7, to otrzymamy resztę 1. Znajdź najmniejszą liczbę naturalną n o podanych własnościach.
15. Wyróżnionymi punktami graniastosłupa prawidłowego pięciokątnego są wszystkie jego wierzchołki oraz środki wszystkich jego krawędzi bocznych. Połączono odcinkami wszystkie możliwe pary wyróżnionych punktów. Ile jest odcinków, które nie zawierają się w żadnej ścianie tego graniastosłupa?

16. Komplet kartonowych pudełek składa się z pięciu różnych sześciennych pudełek o krawędziach długości: 10cm, 15cm, 20cm, 25cm i 30cm. Jaś ze wszystkich pudełek jednego kompletu zbudował wieżę, która z góry wyglądała tak, jak przedstawia rysunek obok. Przedstaw na jednym rysunku, jak wyglądała wieża oglądana od strony oznaczonej symbolem **, oraz na drugim rysunku jej wygląd od strony oznaczonej symbolem ***. Oblicz łączne pole tych części powierzchni wieży, które miały styczność z otwartą przestrzenią.



17. Liczba naturalna nazywa się żółtą, jeśli zapisana jest przy pomocy różnych cyfr i iloczyn tych cyfr równy jest 2520. Podaj kilka przykładów takich liczb. Wyznacz największą i najmniejszą żółtą liczbę naturalną.
18. Każdą z podanych liczb wymiernych, zapisanych przy pomocy nieskończonego rozwinięcia dziesiętnego, zapisz w postaci ułamka zwykłego: a) $0,7(3)$; b) $0,(134)$; c) $0,222(13)$; d) $0,(2002)$; e) $0,23(114)$.

19. Oblicz:

a) $\frac{4,45 + 0,55 : (1\frac{2}{9})}{\frac{2}{0,5-0,1(6)} + [(3,1)^2 - (2,1)^2]} : 0,07$

b) $8\frac{1}{7} : \left[\frac{-\frac{2}{3} \cdot 8 + \frac{1}{7}}{-\frac{2}{3} \cdot 7 + \frac{1}{8}} - \frac{8\frac{1}{8} + 6\frac{7}{8} \cdot 0,2}{\frac{1}{7} + \frac{6}{7}} : 0,(36) \right]$

c) $\frac{(6,75 - 4,5 \cdot 1\frac{2}{3}) \cdot 0,(6)}{[6\frac{2}{3} \cdot 0,15 - (0,25 - \frac{11}{12})]} : 2\frac{2}{3}$

d) $\frac{((0,6)^2 + \frac{\frac{3}{9} \cdot 22}{\frac{5}{5}}) \cdot 0,(2013)}{1,6 - \frac{14 + \frac{4}{5}}{2}} - (1 - 0,08 : 0,101)$.

20. Woda stanowi 84% wagi spragnionego wielbłąda Kubusia. Jeśli ten wielbłąd się napije, jego waga wynosi 800 kg, a woda stanowi 85% jego wagi. Jaka jest waga spragnionego wielbłąda Kubusia?
21. Świeże jabłka zawierają 92% wody, suszone tylko 15%. Ile kilogramów suszonych jabłek otrzymamy z 17 kg świeżych jabłek?
22. Połowa pasażerów, którzy wsiedli do tramwaju na przystanku początkowym, zajęła miejsca siedzące. Na pierwszym przystanku liczba pasażerów zwiększyła się o 8%. Ilu pasażerów wsiadło do tramwaju na przystanku początkowym, jeśli wiadomo, że w tramwaju mieści się co najwyżej 70 osób?
23. Większe z dwóch prostopadłościennych pudełek ma krawędzie długości 20 cm, 30 cm i 50 cm. Każda z krawędzi mniejszego pudełka jest krótsza o 5 cm od odpowiedniej krawędzi pudełka większego.

- a) Czy objętość małego pudełka stanowi co najmniej 60% objętości dużego pudełka?
- b) O ile procent pole powierzchni mniejszego pudełka jest mniejsze od pola powierzchni większego pudełka?

24. Oblicz:

a) $\frac{142 \cdot 312 + 284 \cdot 44}{160 \cdot 30 - 16 \cdot 150}$

b) $\frac{685 \cdot 654654}{327 \cdot 137137 + 137 \cdot 327327}$

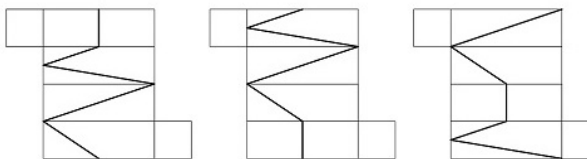
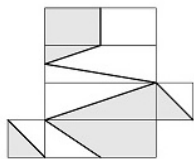
c) $\frac{(9191)^2 - 4 \cdot 6363 \cdot 2828}{2525 \cdot 4949}$

d) $\frac{20 \cdot 151515 + 202020 \cdot 15}{65 \cdot 313131 + 656565 \cdot 31} \cdot 2015$

e) $\frac{81 \cdot 3636}{6363 \cdot 864 - 5454 \cdot 468}$

f) $\frac{11 \cdot 9494 \cdot 11}{3344 \cdot 55 + 4455 \cdot 33 + 5533 \cdot 44}$

25. Czy liczba $666 \dots 6$, w której cyfra 6 powtarza się 2020 razy jest kwadratem liczby naturalnej?
26. Równoramienny trójkąt prostokątny, którego najdłuższy bok ma 10 cm, jest podstawą graniastosłupa prostego o wysokości 8 cm. Oblicz objętość tego graniastosłupa.
27. Wyznacz wszystkie liczby pięciocyfrowe \overline{abcde} podzielne przez 36, dla których $a < b < c < d < e$.
28. Siatkę prostopadłościanu o podstawie kwadratowej pomalowano dwoma kolorami, jak na rysunku. Na innych siatkach tego samego prostopadłościanu dorysuj brakujące odcinki i odpowiednio pokoloruj ściany.



Uwaga I: W przygotowaniach do I spotkania konkursowego można wykorzystać zbiory zadań: *Liga Zadaniowa*, str. 15-16 (zad. 8-102), str. 25-29 (zad. 1-12, 14-51); *Liga Zadaniowa – 30 lat konkursu matematycznego*, str. 11-13 (zad. 14-18); str. 42-45 (zad. 195-227), str. 46-48 (zad. 228-253); str. 54-56 (zad. 316-357); *Koło matematyczne w szkole podstawowej*, str. 121-131, 173-174; *Koło matematyczne w gimnazjum*, rozdziały: Liczby, Podzielność liczb, Procenty.

Dodatkowe zadania przygotowawcze na etap wojewódzki: *Liga Zadaniowa – 30 lat konkursu matematycznego*, zadania: 223, 234, 235, 252, 267, 283, 288, 570, 590.

Uwaga II: W soboty, począwszy od 12 października, o godzinie 10:30 na Wydziale Matematyki i Informatyki UMK w Toruniu, ul. Chopina 12/18, odbywać się będą zajęcia koła matematycznego dla uczniów klas VII (lub młodszych) o tematyce związanej z „Ligą Zadaniową”. Harmonogram zajęć można znaleźć na stronie Ligi Zadaniowej <http://liga.mat.umk.pl> Serdecznie zapraszamy.