

Liga Zadaniowa – województwo kujawsko-pomorskie

II klasa gimnazjum 10 października 2009 r. – Zestaw I

Etap szkolny - propozycja

1. Oblicz

$$2\frac{1}{11} \cdot 2\frac{12}{13} + 1\frac{2}{11} \cdot 2\frac{1}{13} + \frac{10}{11} \cdot 7\frac{1}{13}.$$

2. Rozwiąż równanie $\overline{abcd} + \overline{bcd} + \overline{cd} + d = 3022$, gdzie $\overline{xyzt}$ oznacza liczbę o cyfrach x, y, z, t .

3. Wyznacz wszystkie liczby naturalne dwucyfrowe podzielne przez iloczyn swoich cyfr.

4. Suma trzynastu różnych liczb naturalnych jest równa 92. Jakie to są liczby?

Zadania przygotowawcze na I spotkanie etapu rejonowego w dniu 21 XI 2009 r.

Tematyka

1. Wielkości wprost proporcjonalne.
2. Przekształcanie wzorów.
3. Równania i nierówności - zadania tekstowe.
4. Działania na potęgach i pierwiastkach.

1. Obliczyć:

$$\frac{\sqrt[5]{3125} \cdot \sqrt[4]{6561} \cdot \sqrt{729}}{\sqrt[3]{125} \cdot \sqrt{15625} \cdot \sqrt{324}} \cdot \sqrt[3]{\frac{1000}{729}} \cdot \sqrt{48 \cdot 243}.$$

2. Oblicz:

$$\frac{6^{52} \cdot 5^{51} - 6 \cdot 3^{53} \cdot 10^{50}}{2^{52} \cdot 15^{50} + 6^{50} \cdot 5^{51}}.$$

3. Zbadać, która z liczb $1^1 \cdot 2^2 \cdot 3^3 \cdot \dots \cdot 9^9 \cdot 10^{10}$ czy 10^{55} jest większa?

4. Która z liczb

$$\frac{1}{5 \cdot 7} + \frac{1}{7 \cdot 9} + \dots + \frac{1}{63 \cdot 65} \quad \text{czy} \quad \frac{1}{11}$$

jest większa?

5. Oblicz a) $3 + 33 + 333 + \dots + \underbrace{33 \dots 3}_{2007 \text{ cyfr}}$, b) $4 + 44 + 444 + \dots + \underbrace{44 \dots 4}_{2008}$.

6. Wyznacz wszystkie trójki liczb pierwszych takie, że iloczyn każdych dwóch z nich przy dzieleniu przez trzecią daje resztę 1.

7. Która z liczb, $\sqrt{\frac{2006}{2007}}$ czy $\sqrt{\frac{2007}{2008}}$, jest większa?

8. Oblicz:

$$\text{a) } \frac{10^{42} \cdot 7^{41} - 10 \cdot 5^{43} \cdot 14^{40}}{2^{42} \cdot 35^{40} + 10^{40} \cdot 7^{41}}, \quad \text{b) } \frac{5 \cdot 4^{15} \cdot 9^9 - 4 \cdot 3^{20} \cdot 8^9}{5 \cdot 2^9 \cdot 6^{19} - 7 \cdot 2^{29} \cdot 27^6}.$$

9. Oblicz:

$$\text{a) } 5\sqrt[3]{6\sqrt{32}} - 3\sqrt[3]{9\sqrt{162}} - 11\sqrt[6]{18} + 2\sqrt[3]{75\sqrt{50}},$$
$$\text{b) } \sqrt[4]{7\sqrt[3]{27}} + 15\sqrt[3]{64} - \sqrt[3]{10\sqrt[4]{256}} + 8\sqrt[4]{81}.$$

10. Ustaw w porządku rosnącym liczby: 2^{160} , 3^{100} , 5^{60} , 8^{50} , 16^{36} .

11. Uzasadnić, że $5^n + 5^{n+1} + 5^{n+2}$ jest liczbą podzielną przez 155 dla każdej liczby całkowitej dodatniej n .

12. Dziadek i babcia mają razem 140 lat. Po ile lat ma każde z nich, jeżeli dziadek ma 2 razy tyle lat, ile babcia miała wtedy, gdy dziadek miał tyle lat, ile lat babcia ma teraz?

13. Czy zachodzą równości?

a) $\sqrt[6]{9 + 4\sqrt{5}} - \sqrt[6]{9 - 4\sqrt{5}} = 1$,

b) $\underbrace{88 \dots 8}_{19} \cdot \underbrace{33 \dots 3}_{2006} = \underbrace{44 \dots 4}_{19} \cdot \underbrace{66 \dots 6}_{2006}$.

14. Z podanych wzorów wyznacz kolejne zmienne:

a) $ax + by = c$, b) $S = \pi r l$, c) $P = \frac{a \cdot h}{2}$, d) $\frac{1}{F} = \frac{f_1 + f_2}{f_1 \cdot f_2}$,

e) $\frac{a}{b-2} = \frac{c}{b+2}$, f) $R = \frac{r_1 \cdot r_2}{r_1 + r_2}$, g) $S = \frac{(a+b) \cdot h}{2}$, h) $P = \frac{d}{M} \cdot R \cdot T$,

i) $F = G \cdot \frac{M \cdot m}{r^2}$, j) $s = v \cdot t + \frac{at^2}{2}$, k) $m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$, l) $v_w = \frac{v_1 + v_2}{1 + \frac{v_1 v_2}{c^2}}$.

15. Zapytano rybaka, ile waży złowiona przez niego ryba. Rybak odpowiedział:

$\frac{2}{5}$ kg i jeszcze 2 razy po $\frac{2}{5}$ swojej masy. Ile waży ryba?

16. Do roztworu soli kuchennej o stężeniu 10% dodano 0,5 kg soli i otrzymano roztwór o stężeniu 15%. Ile w tym roztworze będzie kilogramów soli, a ile kilogramów wody?

17. Dziadek i babcia mają razem 140 lat. Po ile lat ma każde z nich, jeżeli dziadek ma dwa razy tyle lat, ile babcia miała wtedy, gdy dziadek miał tyle lat ile ma teraz babcia?

18. Cena biletu na mecz piłki nożnej wynosiła 15 złotych. Gdy cenę obniżono okazało się, że na mecz przychodzi o 50% widzów więcej, a dochód ze sprzedaży wzrósł o 25%. O ile obniżono cenę biletu?

19. Mianownik ułamka jest o 2004 większy od licznika. Ułamek ten skrócono i otrzymano $\frac{5}{17}$. Znajdź postać tego ułamka przed skróceniem.

20. Pewną działkę Piotr przekopie w ciągu 12 godzin, Zbyszek w ciągu 10 godzin, a Michał w ciągu 8 godzin. W jakim czasie przekopią tę działkę pracując razem.

Uwaga. W przygotowaniach do I spotkania konkursowego można wykorzystać zbiór zadań – „Liga Zadaniowa” – str. 25, 26, 32, 33 oraz 9-19.

POWODZENIA
POWODZENIA
POWODZENIA
POWODZENIA
POWODZENIA
POWODZENIA
POWODZENIA
POWODZENIA
POWODZENIA
POWODZENIA
POWODZENIA
POWODZENIA

POWODZENIA
POWODZENIA
POWODZENIA
POWODZENIA
POWODZENIA
POWODZENIA
POWODZENIA
POWODZENIA
POWODZENIA
POWODZENIA
POWODZENIA
POWODZENIA

POWODZENIA POWODZENIA POWODZENIA
POWODZENIA POWODZENIA POWODZENIA
POWODZENIA POWODZENIA
POWODZENIA
POWODZENIA DZENIA POWODZENIA
POWODZENIA DZENIA POWODZENIA
POWODZENIA POWODZENIA
POWODZENIA POWODZENIA POWODZENIA
POWODZENIA POWODZENIA POWODZENIA

POWODZENIA POWODZENIA POWODZENIA
POWODZENIA POWODZENIA POWODZENIA
POWODZENIA POWODZENIA
POWODZENIA POWODZENIA
POWODZENIA POWODZENIA POWODZENIA
POWODZENIA POWODZENIA POWODZENIA
POWODZENIA POWODZENIA
POWODZENIA POWODZENIA
POWODZENIA POWODZENIA