

Liga Zadaniowa-województwo kujawsko-pomorskie

Klasa I gimnazjum

21. 11 . 2009 r. Etap rejonowy

I spotkanie konkursowe

1. Podaj 2009. cyfrę rozwinięcia dziesiętnego ułamka $\frac{9}{13}$?
2. Wyznacz liczbę dzielników liczby: $2^2 \cdot 3^5 + 2 \cdot 3^6 + 2^3 \cdot 3^7$.
3. Oblicz $\left(\frac{0,216}{0,15} + 0,6 \right) : \frac{4}{15} + \left(\frac{196}{225} - \frac{7,7}{24 \frac{3}{4}} \right) + 0,695 : 1,39$
4. W ciągu dwóch lat wiek czterech członków pewnej rodziny wzrósł odpowiednio o 4%, 5 %, 10% i 20%. O ile procent wzrosła średnia wieku tych czterech osób?
5. Rozważamy prostopadłościany, których długości krawędzi są liczbami naturalnymi. Wyznacz długość krawędzi takiego prostopadłościanu, który ma największą objętość i w którym suma długości krawędzi wynosi 40.
6. Dana jest liczba trzycyfrowa n mniejsza niż 900. Tworzymy nową liczbę trzycyfrową m w ten sposób, że każdą cyfrę liczby n zastępujemy cyfrą dopełniającą do dziewięciu (np. $n = 307$, to $m = 692$). Następnie piszemy te liczby jedną za drugą, najpierw m , potem n . Powstaje liczba sześciocyfrowa (w naszym przykładzie 692307). Uzasadnij, że liczba ta dzieli się przez 37.

Uwagi: Wszystkie odpowiedzi do zadań powinny być uzasadnione.

Czas trwania konkursu 90 minut.

Zadania przygotowawcze na II spotkanie konkursowe w dniu 9.01.2009 r.

Tematyka: 1. Obliczanie pól wielokątów.

2. Układ współrzędnych.

3. Działania na wyrażeniach algebraicznych.

4. Kąty wierzchołkowe i naprzemianległe, przyległe i odpowiadające.

5. Kąty zewnętrzne i wewnętrzne różnych wielokątów.

1. Oblicz pole czworokąta $ABCD$, mając dane współrzędne punktów:

$$A = (-2, 6), B = (4, 4), C = (5, -3), D = (-4, -2).$$

2. W trójkącie ostrokątnym ABC wysokość CD tworzy z bokiem AC kąt o mierze 30° . Kąt przy wierzchołku B w tym trójkącie jest dwukrotnie większy niż kąt przy wierzchołku C . Wyznacz miary kątów wewnętrznych trójkąta ABC .

3. Uzupełnij kwadrat magiczny :

$3x - 10$	$-2x + 1$	$5 + x$

4. Dane są punkty o współrzędnych $(-3, -1)$, $(3, -1)$, $(1, 3)$.

Wyznacz wszystkie równoległoboki, których trzy wierzchołki znajdują się w podanych punktach.

5. W trójkąt o kątach 40° , 70° , 70° wpisano okrąg i połączono punkty styczności trójkąta i okręgu. Oblicz miary kątów powstałego trójkąta..

6. Niech P będzie dowolnym punktem czworokąta wypukłego $ABCD$. Punkt ten połączono z punktami K, L, M, N będącymi środkami odpowiednio boków AB, BC, CD, DA . Udowodnij, że suma pól czworokątów $AKPN$ i $CMPL$ jest równa sumie pól czworokątów $BLPK$ i $DMPN$.

7. W trójkącie równoramiennym ABC , gdzie $|AB| = |BC|$, miara jednego z kątów z zewnętrznych jest równa 110° . Wyznacz miary kątów wewnętrznych trójkąta.

8. Uzupełnij kwadraty magiczne:

a)

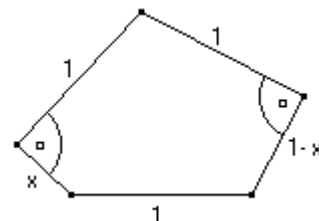
	$-2n^2 - 1$	n^2
	$3n^2$	

b)

$5x - 20$	$-x + 3$	$11 - x$

9. Dane są punkty o współrzędnych $(-2, -1)$, $(4, 1)$, $(0, 3)$. Wyznacz wszystkie równoległoboki, których trzy wierzchołki znajdują się w podanych punktach.

10. Punkty A, B, C, D i E dzielą okrąg na równe części i leżą na okręgu w podanej kolejności. Oblicz miary: kąta CDE , kąta CDE oraz kąta CEA .



11. Oblicz pole wielokąta przedstawionego na rysunku wiedząc, że $0 < x < 1$. Ponadto podano długości boków i zaznaczone kąty są proste.

12. Wiedząc, że $\frac{a}{a+b} = \frac{1}{2009}$ oblicz $\frac{b}{a+3b}$.

13. Punkty $A = (4, -2)$ i $B = (4, 4)$ są wierzchołkami trójkąta ABC , którego pole jest równe

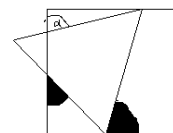
16. Znajdź współrzędne punktu C , wiedząc, że:

- trójkąt ABC jest równoramienny i odcinek AB jest jego podstawą,
- trójkąt ABC jest prostokątny,
- druga współrzędna punktu C jest równa -3 .

Uwaga: Każdy z podpunktów traktujemy jako osobne zadanie.

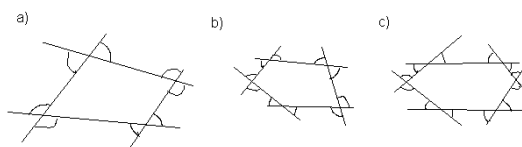
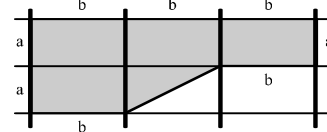
14. Ile jest różnych trójkątów prostokątnych o polu 2004 i przyprostokątnych naturalnej długości?

15. Na rysunku widoczny jest kwadrat i trójkąt równoboczny. Kąt α ma miarę 70° . Oblicz dwa kąty zaznaczone na rysunku.



16. Zapisz i doprowadź do najprostszej postaci wyrażenie algebraiczne, na którego podstawie można obliczyć kwotę spłaconych pieniędzy, jeśli umowa między dłużnikiem, a wierzycielem zakłada, że pierwsze trzy raty będą jednakowej wysokości, a każda następna będzie równa połowie poprzedniej, oraz że wszystkich rat jest 10.

17. Jakie jest pole i obwód narysowanego wielokąta? Odpowiedź podaj w postaci jak najprostszego wyrażenia algebraicznego.



Rys 2

18. W każdym z wielokątów na rysunku poniżej oblicz sumę miar kątów zaznaczonych łukami. Co zauważyłeś? (rysunek 2)

19. Czy istnieje sześciokąt wypukły w którym cztery kąty wewnętrzne są proste?

20. Ile jest różnych trójkątów prostokątnych o polu 2004 i przyprostokątnych naturalnej długości?

21. Znajdź wszystkie liczby pierwsze p , jeżeli wiadomo, że $p+2$ i $p+4$ też są liczbami pierwszymi.

Uwaga: Dodatkowe zadania przygotowawcze można znaleźć w książce „Liga Zadaniowa” str 25 – 27 oraz str 15 – 18, str 78 – 90.