

Liga Zadaniowa-województwo kujawsko-pomorskie

Klasa VI

21. 11. 2009 r. Etap rejonowy

I spotkanie konkursowe

1. Jeżeli Michał kupi 11 zeszytów, to zastanie mu 5 złotych, zaś na zakup 15 zeszytów brakuje mu 7 złotych. Ile pieniędzy miał Michał?

2. Za ile co najmniej lat 21 listopada wypadnie w sobotę, jak w roku 2009? Podaj co najmniej dwa takie lata, jeśli istnieją.

3. Oblicz:
$$\frac{\left(6\frac{3}{5} - 3\frac{3}{14}\right) \cdot 5\frac{5}{6}}{(21-1,25) : 2,5}$$

4. Rozwiąż rebus: KOKA + KOLA = WODA, wiedząc, że jednakowym literom odpowiadają jednakowe cyfry.

5. Jak w naczyniu 12-litrowym uzyskać 6 litrów płynu przy pomocy tylko naczyń 5-litrowego i 8-litrowego?

6. Liczba naturalna nazywa się żółtą jeśli zapisana jest przy pomocy różnych cyfr i iloczyn tych cyfr równy jest 2520. Podaj co najmniej trzy takie liczby naturalne. Wyznacz największą i najmniejszą żółtą liczbę naturalną.

Uwaga: Wszystkie odpowiedzi do zadań powinny być uzasadnione.

Czas trwania zawodów 90 minut.

Zadania przygotowawcze na II spotkanie etapu rejonowego w dniu 9.01.2010 r.

Tematyka: 1. Potęga o wykładniku naturalnym.

2. Działania na liczbach wymiernych.

3. Podzielność liczb całkowitych.

1. Uzupełnij kwadraty magiczne:

a)

	-6,3	
-3		2,1

b)

		4
	4^2	
		-4^2

2. Wyznacz cztery kolejne liczby naturalne, których iloczyn jest równy 3024.

3. Ile dzielników ma liczba $15 \cdot 72$?

4. Ile jest liczb naturalnych mniejszych niż 1000, które nie są podzielne przez 5 ani przez 7?

5. Dwaj uczniowie, wysoki i niski, wyszli jednocześnie z tego samego domu do szkoły. Jeden z nich miał krok o 20 % krótszy od kroku drugiego ucznia, ale za to zdążył zrobić w tym samym czasie o 20% więcej kroków. Który z nich przybył wcześniej do szkoły?

6. Która z liczb jest większa:

$$\frac{1}{2009} \cdot \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2009}\right) \text{ czy } \frac{1}{2008} \cdot \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2008}\right) ?$$

7. Smok ma 2007 głów. Rycerz może ściąć jednym cięciem 33 głowy lub 21 głów lub 17 głów lub 1 głowę. Smokowi odrasta odpowiednio 48, 0, 14 i 349 głów jednocześnie, tzn. jeśli rycerz zetnie 33 głowy to smokowi odrósł 48 głów itd. Smok zostanie zabity jeśli wszystkie głowy zostaną ścięte. Czy rycerz może zabić smoka? Odpowiedź uzasadnij.

8. 1 stycznia 2010 roku o godzinie 12 w południe pewne dwa zegary wskazywały prawidłową godzinę. O jednym z nich wiemy, że w ciągu doby spieszy się o dwie minuty, drugi w tym czasie spóźnia się o dwie i pół minuty. Kiedy te zegary po raz pierwszy znów wskażą w ciągu doby tę samą godzinę? Czy będzie to w roku 2010?

$$333 \cdot \left(\frac{71}{111111} + \frac{573}{222222} - \frac{2}{3737} \right)$$

9. Oblicz

10. Liczba naturalna a przy dzieleniu przez 5 daje resztę 3, zaś przy dzieleniu przez 7 daje resztę 2. Jaka resztę otrzymamy z dzielenia liczby a przez 35?

11. Wyznacz wszystkie liczby dwucyfrowe mające największą liczbę dzielników?

12. W zapisie dziesiętnym liczby wystąpiły tylko 73 jedynek. Czy liczba ta dzieli się przez 111?

13. Która z liczb jest większa $\left(\frac{1}{10}\right)^{10}$ czy $\left(\frac{3}{10}\right)^{20}$?

14. Wiadomo, że $p > q$. Która z liczb jest większa $\frac{p}{2} + \frac{q}{2}$ czy q ?

15. Dla jakich $k \in N$ liczba 2^{k+1} jest podzielna przez 8?

16. Obliczyć wartość ułamka $\frac{a+b}{a-b}$, jeśli $2a^2 + 4ab = ab + 2b^2$.

17. Uzasadnij, że iloczyn cyfr liczby trzycyfrowej jest zawsze mniejszy od tej liczby.

18. W torebce jest mniej niż 100 cukierków. Ile ich jest, jeżeli wiadomo, że można je podzielić na 5 równych części, można je podzielić na 6 równych części, natomiast gdyby chcieć je podzielić na 7 równych części, to w jednej z nich będzie o 3 cukierki mniej od każdej z pozostałych.

19. Ile razy należy do siebie dodać liczbę 8, aby otrzymać w sumie 8^{100} ?

20. Na prostej obrano w kolejności punkty: A,B,C,D,E,F. Jakie są odległości między kolejnymi punktami, jeśli wiadomo, że $AF = 53$ cm, $AB = 2EF$, $AB > BC > CD > DE > EF$ i odległości te są liczbami całkowitymi?

21. Ile dzielników mają liczby: a) 5^3 ; b) 6^4 ; c) $5^3 \cdot 2$; d) 360; e) $2^2 \cdot 3^3$; f) $2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2$.

22. Podaj największą liczbę naturalną, która przy dzieleniu przez 7 daje iloraz równy reszcie.

23. Ustaw w porządku rosnącym następujące liczby: 32^9 , 16^{12} , 63^7 , 27^{11} .

24. Umieść znaki działań i nawiasy tak, aby $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6009} = 2003$.

25. Oblicz: $\left(17 \frac{3535}{88375} - 16 \frac{1001}{1365}\right) \cdot 3 \frac{6}{23} + 3 \frac{6}{23} : \left(5 - 1 \frac{187}{253}\right)$.

26. Wyznacz wszystkie liczby siedmiocyfrowe podzielne przez 3 i przez 4, w zapisie których występują tylko cyfry 2 i 3, przy czym dwójek jest więcej niż trójek.

27. Kiedy różnica dwóch ułamków jest równa ich iloczynowi?

28. Jeżeli ułamek właściwy jest nieskracalny, to ułamek dopełniający go do jedności także jest nieskracalny. Dlaczego?

29. Ze szklanki pełnej czarnej kawy Kasia wypila $\frac{1}{6}$ szklanki i dołąła do pełna mleka. Wypiła

z tej szklanki $\frac{1}{3}$ uzyskanego płynu i znów uzupełniła mlekiem. Wypiła ze szklanki połowę otrzymanego płynu, uzupełniła szklankę mlekiem i wreszcie wypila wszystko. Czego wypila więcej kawy, czy mleka?

Uwaga: Dodatkowe zadania przygotowawcze można znaleźć w książkach "Liga zadaniowa" str 25 – 27 oraz str 15 – 18, str 78 – 90 oraz „**Koło Matematyczne w Szkole Podstawowej**” str 121 – 126 oraz 126 – 132.