

Liga Zadaniowa-województwo kujawsko-pomorskie

Klasa I gimnazjum

27. 11 . 2010 r. Etap rejonowy

I spotkanie konkursowe

1. Podaj 2011. cyfrę rozwinięcia dziesiętnego ułamka $\frac{13}{14}$?

2. Wyznacz liczbę dzielników liczby: $2^3 \cdot 3^6 + 2^2 \cdot 3^7 + 2^4 \cdot 3^5$.

3. Oblicz: $\frac{0,5 + \frac{1}{4} + 0,1(6) + 0,125}{0,3 + 0,4 + \frac{14}{15}} + \frac{(3,75 - 0,625) \cdot \frac{48}{125}}{12,8 \cdot 0,25}$.

4. Właściciel domu, chcąc oszczędzać energię elektryczną, dokonuje trzech usprawnień, które obniżają kolejno wydatki na ogrzewanie domu o 20%, o 25% i o 55%. Ile procent łącznie wydatków oszczędził on na ogrzewaniu domu?

5. Ile jest liczb naturalnych mniejszych od 2010, z których żadna nie jest podzielna przez 7, ani przez 11?

6. Czy liczba $444 \dots 4$, w której cyfra 4 powtarza się 2010 razy jest kwadratem liczby naturalnej?

Uwagi: Wszystkie odpowiedzi do zadań powinny być uzasadnione.

Czas trwania konkursu 90 minut.

Zadania przygotowawcze na II spotkanie konkursowe w dniu 15.01.2011 r.

Tematyka: 1. Obliczanie pól wielokątów.

2. Układ współrzędnych.

3. Działania na wyrażeniach algebraicznych.

4. Kąty wierzchołkowe i naprzemianległe, przyległe i odpowiadające.

5. Kąty zewnętrzne i wewnętrzne różnych wielokątów.

1. Oblicz pole czworokąta $ABCD$, mając dane współrzędne punktów:

$A = (-3,5)$, $B = (3,3)$, $C = (4,-2)$, $D = (-5,-3)$.

2. Uzupełnij kwadraty magiczne :

a)

$2x - 8$	$-x + 1$	$4 - 4x$

b)

	$-2n^2 - 1$	n^2
	$3n^2$	

c)

$3x - 10$	$-2x + 1$	$5 + x$

3. W trójkącie ABC kąt A ma miarę 60° , a kąt B ma 70° . Przedłużono bok BC poza C i znaleziono na tym przedłużeniu punkt D taki, że $CD = CA$. Oblicz miary kątów trójkąta ACD .

4. Dane są punkty o współrzędnych $(-4, -1)$, $(4, -2)$, $(2, 4)$.

Wyznacz wszystkie równoległoboki, których trzy wierzchołki znajdują się w podanych punktach.

5. Zewnętrzne kąty trójkąta są proporcjonalne do liczb $6 : 7 : 11$. Znajdź kąt między dwusiecznymi wychodzącymi z wierzchołków mniejszych kątów wewnętrznych tego trójkąta.

6. Przekątna czworokąta wypukłego dzieli na połowę odcinek łączący środki przeciwległych boków tego czworokąta. Udowodnij, że przekątna ta dzieli czworokąt na dwa trójkąty o równych polach.

7. W trójkącie ostrokątnym ABC wysokość CD tworzy z bokiem AC kąt o mierze 30° . Kąt przy wierzchołku B w tym trójkącie jest dwukrotnie większy niż kąt przy wierzchołku C . Wyznacz miary kątów wewnętrznych trójkąta ABC .

8. Dane są punkty o współrzędnych $(-3, -1)$, $(3, -1)$, $(1, 3)$.

Wyznacz wszystkie równoległoboki, których trzy wierzchołki znajdują się w podanych punktach.

9. W trójkąt o kątach 40° , 70° , 70° wpisano okrąg i połączono punkty styczności trójkąta i okręgu. Oblicz miary kątów powstałego trójkąta.

10. Niech P będzie dowolnym punktem czworokąta wypukłego $ABCD$. Punkt ten połączono z punktami K, L, M, N będącymi środkami odpowiednio boków AB, BC, CD, DA . Udowodnij, że suma pól czworokątów $AKPN$ i $CMPL$ jest równa sumie pól czworokątów $BLPK$ i $DMPN$.

11. W trójkącie równoramiennym ABC , gdzie $|AB| = |BC|$, miara jednego z kątów z zewnętrznych jest równa 110° . Wyznacz miary kątów wewnętrznych trójkąta.

12. Punkty A, B, C, D i E dzielą okrąg na równe części i leżą na okręgu w podanej kolejności. Oblicz miary: kąta CDE , kąta CDE oraz kąta CEA .

13. Oblicz pole wielokąta przedstawionego na rysunku wiedząc, że $0 < x < 1$. Ponadto podano długości boków i zaznaczone kąty są proste.

14. Wiedząc, że $\frac{a}{a+b} = \frac{1}{2009}$ oblicz $\frac{b}{a+3b}$.

15. Punkty $A = (4, -2)$ i $B = (4, 4)$ są wierzchołkami trójkąta ABC , którego pole jest równe

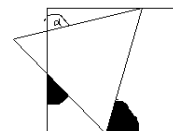
16. Znajdź współrzędne punktu C , wiedząc, że:

- trójkąt ABC jest równoramienny i odcinek AB jest jego podstawą,
- trójkąt ABC jest prostokątny,
- druga współrzędna punktu C jest równa -3 .

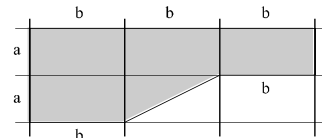
Uwaga: Każdy z podpunktów traktujemy jako osobne zadanie.

16. Ile jest różnych trójkątów prostokątnych o polu 2004 i przyprostokątnych naturalnej długości?

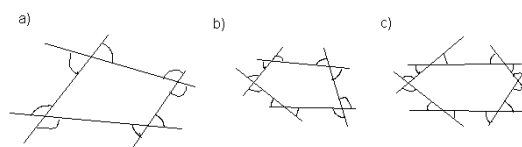
17. Na rysunku widoczny jest kwadrat i trójkąt równoboczny. Kąt α ma miarę 70° . Oblicz dwa kąty zaznaczone na rysunku.



18. Zapisz i doprowadź do najprostszej postaci wyrażenie algebraiczne, na którego podstawie można obliczyć kwotę spłaconych pieniędzy, jeśli umowa między dłużnikiem, a wierzycielem zakłada, że pierwsze trzy raty będą jednakowej wysokości, a każda następna będzie równa połowie poprzedniej, oraz że wszystkich rat jest 10.



19. Jakie jest pole i obwód narysowanego wielokąta? Odpowiedź podaj w postaci jak najprostszego wyrażenia algebraicznego. wyrażenia algebraicznego.



Rys 2

20. W każdym z wielokątów na rysunku poniżej oblicz sumę miar kątów zaznaczonych łukami. Co zauważyłeś? (rysunek 2)

21. Czy istnieje sześciokąt wypukły w którym cztery kąty wewnętrzne są proste?

22. Znajdź wszystkie liczby pierwsze p , jeżeli wiadomo, że $p+2$ i $p+4$ też są liczbami pierwszymi.

Uwaga: Dodatkowe zadania przygotowawcze można znaleźć w książce „Liga Zadaniowa” str 25 – 27 oraz str 15 – 18, str 78 – 90.