

Liga Zadaniowa – województwo kujawsko-pomorskie

II klasa gimnazjum

Zadania przygotowawcze na I spotkanie etapu rejonowego w dniu 27 XI 2010 r.

Tematyka:

1. Wielkości wprost proporcjonalne.
2. Przekształcanie wzorów.
3. Równania i nierówności.
4. Działania na potęgach i pierwiastkach.

1. Oblicz: $\frac{9 \cdot 4^{30} \cdot 9^{18} + 16 \cdot 3^{40} \cdot 8^{18}}{2^{18} \cdot 6^{38} + 2^{58} \cdot 27^{12}}$
2. Oblicz: $\sqrt[4]{7^3 \sqrt{27}} + 15 \sqrt[3]{64} - \sqrt[3]{10^4 \sqrt{256} + 8^4 \sqrt{81}}$.
3. Rozwiąż równanie: $0.16: \left[\frac{(0.2x+0.6) \cdot \frac{2}{3}}{0.125} - 2.4 \right] = 0.4$.
4. Pewną działkę Piotr przekopie w ciągu 12 godzin, Zbyszek w ciągu 10 godzin, a Michał w ciągu 8 godzin. W jakim czasie przekopią tę działkę pracując razem?
5. W dwóch beczkach znajduje się łącznie 80 litrów wody. Jeżeli z pierwszej beczki przelalibyśmy do drugiej tyle, aby jej zawartość w drugiej beczce podwoiła się, a następnie z drugiej przelalibyśmy do pierwszej tyle, aby jej zawartość w pierwszej beczce podwoiła się, to w obu beczkach byłoby tyle samo wody. Ile jest wody w każdej beczce?
6. Na stadionie, którego bieżnia ma 400 m długości odbył się bieg na 10km. Zwycięzca ukończył bieg po 30 minutach, a ostatni zawodnik po 32 minutach. Po ilu okrążeniach zwycięzca zdublował przeciwnika? Przyjmij, że każdy zawodnik biegł ze stałą prędkością.
7. Oblicz (a) $3 + 33 + 333 + \dots + \underbrace{33 \dots 3}_{2007 \text{ cyfr}}$, (b) $4 + 44 + 444 + \dots + \underbrace{44 \dots 4}_{2007 \text{ cyfr}}$.
8. Wyznacz wszystkie trójki liczb pierwszych takich, że iloczyn każdych dwóch z nich przy dzieleniu przez trzecią daje resztę 1.
9. Która z liczb $\sqrt{\frac{2006}{2007}}$ czy $\sqrt{\frac{2007}{2008}}$ jest większa?
10. Z badać, która z liczb $1^1 \cdot 2^2 \cdot 3^3 \cdot \dots \cdot 9^9 \cdot 10^{10}$ czy 10^{55} jest większa?
11. Która z liczb $\frac{1}{5 \cdot 7} + \frac{1}{7 \cdot 9} + \dots + \frac{1}{63 \cdot 65}$ czy $\frac{1}{11}$ jest większa?

Liga Zadaniowa – województwo kujawsko-pomorskie

II klasa gimnazjum

Zadania przygotowawcze na I spotkanie etapu rejonowego w dniu 27 XI 2010 r.

Tematyka:

1. Wielkości wprost proporcjonalne.
2. Przekształcanie wzorów.
3. Równania i nierówności.
4. Działania na potęgach i pierwiastkach.

1. Oblicz: $\frac{9 \cdot 4^{30} \cdot 9^{18} + 16 \cdot 3^{40} \cdot 8^{18}}{2^{18} \cdot 6^{38} + 2^{58} \cdot 27^{12}}$
2. Oblicz: $\sqrt[4]{7^3 \sqrt{27}} + 15 \sqrt[3]{64} - \sqrt[3]{10^4 \sqrt{256} + 8^4 \sqrt{81}}$.
3. Rozwiąż równanie: $0.16: \left[\frac{(0.2x+0.6) \cdot \frac{2}{3}}{0.125} - 2.4 \right] = 0.4$.
4. Pewną działkę Piotr przekopie w ciągu 12 godzin, Zbyszek w ciągu 10 godzin, a Michał w ciągu 8 godzin. W jakim czasie przekopią tę działkę pracując razem?
5. W dwóch beczkach znajduje się łącznie 80 litrów wody. Jeżeli z pierwszej beczki przelalibyśmy do drugiej tyle, aby jej zawartość w drugiej beczce podwoiła się, a następnie z drugiej przelalibyśmy do pierwszej tyle, aby jej zawartość w pierwszej beczce podwoiła się, to w obu beczkach byłoby tyle samo wody. Ile jest wody w każdej beczce?
6. Na stadionie, którego bieżnia ma 400 m długości odbył się bieg na 10km. Zwycięzca ukończył bieg po 30 minutach, a ostatni zawodnik po 32 minutach. Po ilu okrążeniach zwycięzca zdublował przeciwnika? Przyjmij, że każdy zawodnik biegł ze stałą prędkością.
7. Oblicz (a) $3 + 33 + 333 + \dots + \underbrace{33 \dots 3}_{2007 \text{ cyfr}}$, (b) $4 + 44 + 444 + \dots + \underbrace{44 \dots 4}_{2007 \text{ cyfr}}$.
8. Wyznacz wszystkie trójki liczb pierwszych takich, że iloczyn każdych dwóch z nich przy dzieleniu przez trzecią daje resztę 1.
9. Która z liczb $\sqrt{\frac{2006}{2007}}$ czy $\sqrt{\frac{2007}{2008}}$ jest większa?
10. Z badać, która z liczb $1^1 \cdot 2^2 \cdot 3^3 \cdot \dots \cdot 9^9 \cdot 10^{10}$ czy 10^{55} jest większa?
11. Która z liczb $\frac{1}{5 \cdot 7} + \frac{1}{7 \cdot 9} + \dots + \frac{1}{63 \cdot 65}$ czy $\frac{1}{11}$ jest większa?

12. Oblicz: (a) $\frac{10^{42} \cdot 7^{41} - 10 \cdot 5^{43} \cdot 14^{40}}{2^{42} \cdot 35^{40} + 10^{40} \cdot 7^{41}}$, (b) $\frac{5 \cdot 4^{15} \cdot 9^9 - 4 \cdot 3^{20} \cdot 8^9}{5 \cdot 2^9 \cdot 6^{19} - 7 \cdot 2^{29} \cdot 27^6}$, (c) $\frac{6^{52} \cdot 5^{51} - 6 \cdot 3^{53} \cdot 10^{50}}{2^{52} \cdot 15^{50} + 6^{50} \cdot 5^{51}}$.

13. Oblicz: (a) $\sqrt[4]{7\sqrt[3]{27} + 15\sqrt[3]{64}} - \sqrt[3]{10\sqrt[4]{256} + 8\sqrt[4]{81}}$,
 (b) $\frac{\sqrt[5]{3125} \cdot \sqrt[4]{6561} \cdot \sqrt{729}}{\sqrt[3]{123} \cdot \sqrt{15625} \cdot \sqrt{324}} \cdot \sqrt[3]{\frac{1000}{729}} \cdot \sqrt{48 \cdot 243}$,
 (c) $5\sqrt[3]{6\sqrt{32}} - 3\sqrt[3]{9\sqrt{162}} - 11\sqrt[6]{18} + 2\sqrt[3]{75\sqrt{50}}$.

14. Ustaw porządku rosnącym liczby: 2^{160} , 3^{100} , 5^{60} , 8^{50} , 16^{36} .

15. Uzasadnić, że liczba $5^{n+1} + 5^{n+2} + 5^{n+3}$ jest liczba podzielna przez 155 dla każdej liczby całkowitej dodatniej n .

16. Dziadek i babcia mają razem 140 lat. Po ile lat ma każde z nich, jeżeli dziadek ma dwa razy tyle lat ile babcia miała wtedy, gdy dziadek miał tyle lat, ile babcia ma teraz?

17. Czy zachodzą równości?

(a) $\sqrt[6]{9 + 4\sqrt{5}} - \sqrt[6]{9 - 4\sqrt{5}} = 1$, (b) $\underbrace{88 \dots 8}_{19} \underbrace{33 \dots 3}_{2006} = \underbrace{44 \dots 4}_{19} \underbrace{66 \dots 6}_{2006}$.

18. Zapytano rybaka, ile waży złowiona przez niego ryba. Rybak odpowiedział: $\frac{2}{5}$ kg i jeszcze 2 razy po $\frac{2}{5}$ swojej masy. Ile ważyła ryba?

19. Do roztworu soli kuchennej o stężeniu 10% dodano 0,5 kg soli i otrzymano roztwór o stężeniu 15%. Ile w tym roztworze będzie kilogramów soli, a ile kilogramów wody?

20. Cena biletu na mecz piłki nożnej wynosiła 15 złotych. Gdy cenę obniżono okazało się, że na mecz przychodzi o 50% widzów więcej, a dochód ze sprzedaży wzrósł o 25%. O ile obniżono cenę biletu?

21. Mianownik pewnego ułamka jest o 2004 większy od licznika. Ułamek ten skrócono i otrzymano $\frac{5}{17}$. Znajdź postać tego ułamka przed skróceniem.

22. Pewną działkę Piotr przekopie w ciągu 12 godzin, Zbyszek w ciągu 10 godzin, a Michał w ciągu 8 godzin. W jakim czasie przekopią tę działkę pracując razem?

Uwaga. W przygotowaniach do I spotkania konkursowego można wykorzystać zbiór zadań „Liga Zadaniowa” – str.25, 26, 32, 33 oraz 9-10.

12. Oblicz: (a) $\frac{10^{42} \cdot 7^{41} - 10 \cdot 5^{43} \cdot 14^{40}}{2^{42} \cdot 35^{40} + 10^{40} \cdot 7^{41}}$, (b) $\frac{5 \cdot 4^{15} \cdot 9^9 - 4 \cdot 3^{20} \cdot 8^9}{5 \cdot 2^9 \cdot 6^{19} - 7 \cdot 2^{29} \cdot 27^6}$, (c) $\frac{6^{52} \cdot 5^{51} - 6 \cdot 3^{53} \cdot 10^{50}}{2^{52} \cdot 15^{50} + 6^{50} \cdot 5^{51}}$.

13. Oblicz: (a) $\sqrt[4]{7\sqrt[3]{27} + 15\sqrt[3]{64}} - \sqrt[3]{10\sqrt[4]{256} + 8\sqrt[4]{81}}$,
 (b) $\frac{\sqrt[5]{3125} \cdot \sqrt[4]{6561} \cdot \sqrt{729}}{\sqrt[3]{123} \cdot \sqrt{15625} \cdot \sqrt{324}} \cdot \sqrt[3]{\frac{1000}{729}} \cdot \sqrt{48 \cdot 243}$,
 (c) $5\sqrt[3]{6\sqrt{32}} - 3\sqrt[3]{9\sqrt{162}} - 11\sqrt[6]{18} + 2\sqrt[3]{75\sqrt{50}}$.

14. Ustaw porządku rosnącym liczby: 2^{160} , 3^{100} , 5^{60} , 8^{50} , 16^{36} .

15. Uzasadnić, że liczba $5^{n+1} + 5^{n+2} + 5^{n+3}$ jest liczba podzielna przez 155 dla każdej liczby całkowitej dodatniej n .

16. Dziadek i babcia mają razem 140 lat. Po ile lat ma każde z nich, jeżeli dziadek ma dwa razy tyle lat ile babcia miała wtedy, gdy dziadek miał tyle lat, ile babcia ma teraz?

17. Czy zachodzą równości?

(a) $\sqrt[6]{9 + 4\sqrt{5}} - \sqrt[6]{9 - 4\sqrt{5}} = 1$, (b) $\underbrace{88 \dots 8}_{19} \underbrace{33 \dots 3}_{2006} = \underbrace{44 \dots 4}_{19} \underbrace{66 \dots 6}_{2006}$.

18. Zapytano rybaka, ile waży złowiona przez niego ryba. Rybak odpowiedział: $\frac{2}{5}$ kg i jeszcze 2 razy po $\frac{2}{5}$ swojej masy. Ile ważyła ryba?

19. Do roztworu soli kuchennej o stężeniu 10% dodano 0,5 kg soli i otrzymano roztwór o stężeniu 15%. Ile w tym roztworze będzie kilogramów soli, a ile kilogramów wody?

20. Cena biletu na mecz piłki nożnej wynosiła 15 złotych. Gdy cenę obniżono okazało się, że na mecz przychodzi o 50% widzów więcej, a dochód ze sprzedaży wzrósł o 25%. O ile obniżono cenę biletu?

21. Mianownik pewnego ułamka jest o 2004 większy od licznika. Ułamek ten skrócono i otrzymano $\frac{5}{17}$. Znajdź postać tego ułamka przed skróceniem.

22. Pewną działkę Piotr przekopie w ciągu 12 godzin, Zbyszek w ciągu 10 godzin, a Michał w ciągu 8 godzin. W jakim czasie przekopią tę działkę pracując razem?

Uwaga. W przygotowaniach do I spotkania konkursowego można wykorzystać zbiór zadań „Liga Zadaniowa” – str.25, 26, 32, 33 oraz 9-10.