

Liga Zadaniowa-województwo kujawsko-pomorskie

Klasa VI

27. 11. 2010 r. Etap rejonowy

I spotkanie konkursowe

1. Jagódka, Karolina, Ania i Zuzia wybrały się na grzyby. Jagódka zebrała trzy razy więcej grzybów od Karoliny, Karolina trzy razy więcej od Ani, a Ania trzy razy więcej od Zuzi. Wiadomo, że razem dziewczynki mają więcej niż 50, ale mniej niż 100 grzybów. Ile grzybów zebrała każda z dziewczynek?
2. Za ile co najmniej lat 27 listopada wypadnie w sobotę, jak w roku 2010? Podaj co najmniej dwa takie lata, jeśli istnieją.
3. Oblicz: $5\frac{2}{103} \cdot 2\frac{118}{119} - 1\frac{118}{119} \cdot 3\frac{1}{103} - 2\frac{1}{103} \cdot 3\frac{118}{119}$
4. Ile może wynosić suma trzech różnych liczb naturalnych, których iloczyn jest równy 30? Znajdź wszystkie możliwości.
5. Naczynie 15-litrowe jest napełnione wodą. Naczynia 7-litrowe, 6-litrowe i 2-litrowe są puste. Jak należy przelać wodę do naczyń, aby odmierzyć trzy porcje 5-litrowe?
6. Rozwiąż algebrą wiedząc, że różnym literom odpowiadają

$$\begin{array}{r} \text{DWA} \\ + \text{DWA} \\ \hline \text{TRZY} \end{array}$$

różne cyfry i różnym cyfrom różne litery. Wolno wpisywać tylko cyfry 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6. Podaj wszystkie możliwe rozwiązania.

Uwaga: Wszystkie odpowiedzi do zadań powinny być uzasadnione.

Czas trwania zawodów 90 minut.

Zadania przygotowawcze na II spotkanie etapu rejonowego w dniu 15.01.2011 r.

Tematyka: 1. Potęga o wykładniku naturalnym.

2. Działania na liczbach wymiernych.

3. Podzielność liczb całkowitych.

1. Uzupełnij kwadraty magiczne:

a)

	-5	
-2		2

b)

		5
	3^2	
		-3^2

c)

	-6,3	
-3		2,1

2. Ile dzielników ma liczba $20 \cdot 36$?
3. Ile jest liczb naturalnych mniejszych niż 2010, które nie są podzielne przez 3 ani przez 11?
4. Oblicz: $\left(1 + \frac{2}{3}\right) \left(1 + \frac{2}{5}\right) \left(1 + \frac{2}{7}\right) \dots \left(1 + \frac{2}{2007}\right) \left(1 + \frac{2}{2009}\right) \left(1 + \frac{2}{2011}\right)$.
5. Wyznacz wszystkie liczby sześciocyfrowe podzielne przez 12, w zapisie których występują tylko cyfry 6 i 4.
6. Uzasadnij, że iloczyn cyfr każdej liczby czterocyfrowej jest zawsze mniejszy od tej liczby.
7. Wyznacz cztery kolejne liczby naturalne, których iloczyn jest równy 3024.
8. Ile dzielników ma liczba $15 \cdot 72$?
9. Ile jest liczb naturalnych mniejszych niż 1000, które nie są podzielne przez 5 ani przez 7?

10. Dwaj uczniowie, wysoki i niski, wyszli jednocześnie z tego samego domu do szkoły. Jeden z nich miał krok o 20 % krótszy od kroku drugiego ucznia, ale za to zdążył zrobić w tym samym czasie o 20% więcej kroków. Który z nich przybył wcześniej do szkoły?

11. Która z liczb jest większa:

$$\frac{1}{2009} \cdot \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2009} \right) \text{ czy } \frac{1}{2008} \cdot \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2008} \right) ?$$

12. Smok ma 2011 głów. Rycerz może ściąć jednym cięciem 33 głowy lub 21 głów lub 17 głów lub 1 główkę. Smokowi odrasta odpowiednio 48, 0, 14 i 349 głów jednocześnie, tzn. jeśli rycerz zetnie 33 głowy to smokowi odrósł 48 głów itd. Smok zostanie zabity jeśli wszystkie głowy zostaną ścięte. Czy rycerz może zabić smoka? Odpowiedź uzasadnij.

13. 1 stycznia 2011 roku o godzinie 12 w południe pewne dwa zegary wskazywały prawidłową godzinę. O jednym z nich wiemy, że w ciągu doby spieszy się o dwie minuty, drugi w tym czasie spóźnia się o dwie i pół minuty. Kiedy te zegary po raz pierwszy znów wskażą w ciągu doby tę samą godzinę? Czy będzie to w roku 2011?

14. Liczba naturalna a przy dzieleniu przez 5 daje resztę 3, zaś przy dzieleniu przez 7 daje resztę 2. Jaka resztę otrzymamy z dzielenia liczby a przez 35?

15. Wyznacz wszystkie liczby dwucyfrowe mające największą liczbę dzielników?

16. W zapisie dziesiętnym liczby wystąpiły tylko 73 jedynek. Czy liczba ta dzieli się przez 111?

17. Która z liczb jest większa $\left(\frac{1}{10}\right)^{10}$ czy $\left(\frac{3}{10}\right)^{20}$?

18. Wiadomo, że $p > q$. Która z liczb jest większa $\frac{p}{2} + \frac{q}{2}$ czy q ?

19. Dla jakich $k \in \mathbb{N}$ liczba 2^{k+1} jest podzielna przez 8?

20. Obliczyć wartość ułamka $\frac{a+b}{a-b}$, jeśli $2a^2 + 4ab = ab + 2b^2$.

21. Uzasadnij, że iloczyn cyfr liczby trzycyfrowej jest zawsze mniejszy od tej liczby.

22. W torebce jest mniej niż 100 cukierków. Ile ich jest, jeżeli wiadomo, że można je podzielić na 5 równych części, można je podzielić na 6 równych części, natomiast gdyby chciał je podzielić na 7 równych części, to w jednej z nich będzie o 3 cukierki mniej od każdej z pozostałych.

23. Ile razy należy do siebie dodać liczbę 8, aby otrzymać w sumie 8^{100} ?

24. Podaj największą liczbę naturalną, która przy dzieleniu przez 7 daje iloraz równy reszcie.

25. Ustaw w porządku rosnącym następujące liczby : 32^9 , 16^{12} , 63^7 , 27^{11} .

26. Umieść znaki działań i nawiasy tak, aby $\frac{1}{2} \frac{1}{6} \frac{1}{6009} = 2003$.

27. Oblicz: $\left(17 \frac{3535}{88375} - 16 \frac{1001}{1365} \right) \cdot 3 \frac{6}{23} + 3 \frac{6}{23} : \left(5 - 1 \frac{187}{253} \right)$.

28. Wyznacz wszystkie liczby siedmiocyfrowe podzielne przez 3 i przez 4, w zapisie których występują tylko cyfry 2 i 3, przy czym dwójek jest więcej niż trójek.

29. Ze szklanki pełnej czarnej kawy Kasia wypiła $\frac{1}{6}$ szklanki i dołąła do pełna mleka. Wypiła z tej szklanki $\frac{1}{3}$ uzyskanego płynu i znów uzupełniła mlekiem. Wypiła ze szklanki połowę otrzymanego płynu, uzupełniła szklankę mlekiem i wreszcie wypiła wszystko. Czego wypiła więcej kawy, czy mleka?

Uwaga: Dodatkowe zadania przygotowawcze można znaleźć w książkach "Liga zadaniowa" str 25 – 27 oraz str 15 – 18, str 78 – 90 oraz „*Koło Matematyczne w Szkole Podstawowej*” str 121 – 126 oraz 126 – 132.