

Liga Zadaniowa-województwo kujawsko-pomorskie

Klasa VI

19. 02. 2011 r. Etap rejonowy

III spotkanie konkursowe

1. Pole pewnego kwadratu powiększone o 5 jest nie mniejsze od pola trójkąta prostokątnego, którego pierwsza przyprostokątna jest 2 razy dłuższa, a druga o 1 centymetr dłuższa od boku tego kwadratu. Jaka może być największa długość boku tego kwadratu?

2. Na tablicy napisano 10 kolejnych liczb naturalnych. Ktoś stał jedną z nich i wówczas suma pozostałych była równa 2011. Jakie liczby zostały na tablicy?

3. Sześcienny klocek o długości 7 cm pomalowano na niebiesko, a następnie rozcięto na małe sześcianiki o długości 1cm. Ile małych sześcianików nie ma pomalowanej ani jednej ściany?

4. Oblicz x , jeżeli

$$4,8 : \left[\frac{\left(\frac{1}{4}x - 1,2 \right) \cdot \frac{3}{4}}{\frac{1}{3}} + 2,4 \right] = 0,8$$

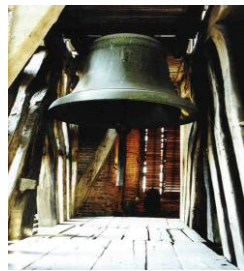
5. Znajdź wszystkie liczby dwucyfrowe, które są równe podwojonej sumie swoich cyfr.

6. Na uszycie 6 spódnic i 5 żakietów potrzeba 15 m 2 dm materiału, a na uszycie 12 spódnic i 7 żakietów potrzeba 25 m 6 dm materiału, przy czym rozmiary spódnic i żakietów są jednakowe. Ile metrów materiału potrzeba na jedną spódnicę, a ile na jeden żakiet?

Uwaga: Wszystkie odpowiedzi do zadań powinny być uzasadnione.

Czas trwania zawodów 90 minut.

Zadania niespodzianki na spotkanie kończące Ligę Zadaniową w roku szkolnym 2010/2011.

1. Podaj liczbę trzycyfrową, która ma własność: różnica jej i liczby 7 jest podzielna przez 7, także różnica jej i liczby 8 jest podzielna przez 8 oraz różnica liczby i liczby 9 jest podzielna przez 9. Ile takich liczb istnieje?
2. Ile liczb naturalnych między 1 i 100 zawiera cyfrę 5?
3. Największym średniowiecznym dzwonem w Polsce jest zawieszony na wieży katedry św. Janów w Toruniu *Tuba Dei*. Zazwyczaj materiałem do wykonania dzwonów jest odmiana brązu cynowego, tzw. spiż (stop o następujących proporcjach: ok. 0,8 miedzi i ok. 0,2 cyny, do którego czasem dodaje się niewielkie ilości srebra i złota). Toruński *Tuba Dei* pochodzący z 1500 r. waży około 7,5 t. Masa krakowskiego dzwonu *Zygmunt* wynosi około 10,9 t. Oblicz, ile ton miedzi zawiera *Tuba Dei*.
 - a) O ile procent cięższy jest *Zygmunt* od *Tuba Dei*?
 - b) O ile procent lżejszy jest *Tuba Dei* od *Zygmunta*?
 - c) Jaka byłaby masa dzwonu zawierającego 350 kg cyny?
4. Iloczyn liczby naturalnej przez sumę jej cyfr wynosi 2010. Wyznaczyć wszystkie liczby o tej własności.
5. W ilu dwucyfrowych liczbach suma cyfr jest wielokrotnością 6?
6. Ile różnych rozwiązań ma to dzielenie $OSA : TO = AO$? Różne litery zastępują różne cyfry oraz żadna liczba nie zaczyna się od zera.
7. Na pewnym zebraniu było stu polityków. Każdy z nich był uczciwy bądź nieuczciwy. Znamy dwa fakty:
 - a) Co najmniej jeden z polityków był nieuczciwy.
 - b) Co najmniej jeden z dwóch dowolnych polityków był uczciwy.Czy znając te fakty można powiedzieć ilu polityków było uczciwych, a ilu nieuczciwych?

8. W koszyku są piłeczki zielone, czerwone i niebieskie, razem 46. Zielonych piłeczek jest tyle samo, co czerwonych i niebieskich razem, czerwonych jest o 5 mniej niż niebieskich. Ile piłeczek każdego koloru jest w koszyku?
9. Mamy 8 odcinków, których długości są liczbami całkowitymi centymetrów. Najdłuższy z nich ma długość 20 cm. Udowodnij, że istnieją wśród nich 3 odcinki, z których można zbudować trójkąt.
10. Mamy naczynie o pojemności 24 litry pełne wody i 3 puste naczynia o pojemności 13, 11 i 5 litrów. Podziel wodę na trzy równe części. Spróbuj to wykonać, przelewając jak najmniej razy.
11. Mamy 4 podobne monety. Trzy z nich ważą po 5 g, a masa czwartej monety jest różna od tych trzech. Jak za pomocą wagi i jednego odważnika o masie 5 g ważąc dwa razy, znaleźć fałszywą monetę i ustalić czy jest ona cięższa czy lżejsza od pozostałych?
12. Karton o wymiarach 30 cm na 21 cm trzeba pociąć tak, aby otrzymać jak najwięcej biletów o wymiarach 6 cm na 8 cm. Ile można wyciąć takich biletów?
13. Na ile sposobów można rozmiąć 10 groszówkę?
14. Symbol $50!$ oznacza iloczyn liczb całkowitych od 1 do 50 włącznie. Gdybyś rzeczywiście wykonał to działanie, to ile zer otrzymałbyś na końcu?
15. Kartkę papieru o wymiarach 16 cm na 32 cm przecięto na pół. Jedną z tych części przecięto znowu na pół i powtarzano tę czynność tyle razy, aż otrzymano ostatecznie prostokąt o wymiarach 1 cm na 2 cm. Ile cięć w sumie wykonano?
16. Liczba *nadwymiarowa* to taka liczba, której suma dzielników właściwych (czyli z wyłączeniem samej liczby) jest większa od niej samej. Na przykład dzielnikami liczby 8, są 1, 2 i 4, zaś $1 + 2 + 4$ to mniej niż 8, a zatem 8 nie jest liczbą *nadwymiarową*. Ile jest liczb *nadwymiarowych* mniejszych od 30?
17. Jedna z 27 monet jest fałszywa i trochę cięższa od innych. Ważąc w ręku nie można jej odróżnić od innych. Jak ustalić, która moneta jest fałszywa, ważąc trzy razy na wadze szalkowej bez odważników?
18. W sali kinowej mamy 7 rzędów po 10 miejsc w każdym rzędzie. Na poranny seans przyszła grupa 50 uczniów. Ta sama grupa przyszła do tej sali na popołudniowy seans. Udowodnić, że w tej grupie znajdzie się dwoje dzieci, które zarówno na porannym seansie jak i na popołudniowym seansie siedziały w tym samym rzędzie (niekoniecznie o tym samym numerze, np. rano mogły siedzieć w rzędzie o numerze 1, a po południu w rzędzie o numerze 5).
19. Jurek ma kalkulator, który mnoży przez 3, dodaje do danej liczby liczbę 3 lub dzieli liczbę przez 3, jeśli jest ona podzielna przez 3. Czy przy pomocy tego kalkulatora można z liczby 1 otrzymać liczbę 13?
20. Pewien „mądrała” twierdzi, że istnieją liczby naturalne a , b , c takie, że a nie dzieli się przez c , b nie dzieli się przez c , natomiast $a \cdot b$ dzieli się przez c^2 . Czy ma on rację?
21. Mamy do dyspozycji 3 kolory. Na ile sposobów można pomalować ściany sześcianu, używając każdego koloru dwukrotnie, przy czym każda ściana jest pomalowana wyłącznie jednym kolorem?
22. Czy liczby naturalne od 1 do 23 można podzielić na dwie rozłączne grupy tak, by suma liczb w jednej z nich była o 21 większa od sumy liczb drugiej grupy?

**Zapraszamy do udziału w zakończeniu Ligi Zadaniowej w roku szkolnym
2010/2011!**

Uwaga I: W każdą sobotę o godzinie 10 począwszy od 29 października w Gimnazjum Akademickim w Toruniu przy ulicy Szosa Chełmińska 83 odbywają się zajęcia koła matematycznego związanego z Ligą Zadaniową. Serdecznie zapraszamy. .