

Tematyka:

1. Wielkości wprost proporcjonalne.
2. Przekształcanie wzorów.
3. Równania i nierówności.
4. Działania na potęgach i pierwiastkach.

1. Oblicz: $\frac{9 \cdot 4^{30} \cdot 9^{18} + 16 \cdot 3^{40} \cdot 8^{18}}{2^{18} \cdot 6^{38} + 2^{58} \cdot 27^{12}}$
2. Oblicz: $\sqrt[4]{7^3 \sqrt{27}} + 15 \sqrt[3]{64} - \sqrt[3]{10^4 \sqrt{256} + 8^4 \sqrt{81}}$.
3. Rozwiąż równanie: $0.16: \left[\frac{(0.2x+0.6)^{\frac{2}{3}}}{0.125} - 2.4 \right] = 0.4$.
4. Pewną działkę Piotr przekopie w ciągu 15 godzin, Zbyszek w ciągu 10 godzin, a Michał w ciągu 6 godzin. W jakim czasie przekopią tę działkę pracując razem?
5. W dwóch beczkach znajduje się łącznie 80 litrów wody. Jeżeli z pierwszej beczki przelalibyśmy do drugiej tyle, aby jej zawartość w drugiej beczce podwoiła się, a następnie z drugiej przelalibyśmy do pierwszej tyle, aby jej zawartość w pierwszej beczce podwoiła się, to w obu beczkach byłoby tyle samo wody. Ile jest wody w każdej beczce?
6. Na stadionie, którego bieżnia ma 400 m długości odbył się bieg na 10km. Zwycięzca ukończył bieg po 30 minutach, a ostatni zawodnik po 32 minutach. Po ilu okrążeniach zwycięzca zdublował przeciwnika? Przyjmij, że każdy zawodnik biegł ze stałą prędkością.
7. Oblicz (a) $3 + 33 + 333 + \dots + \underbrace{33 \dots 3}_{2007 \text{ cyfr}}$, (b) $4 + 44 + 444 + \dots + \underbrace{44 \dots 4}_{2007 \text{ cyfr}}$.
8. Wyznacz wszystkie trójki liczb pierwszych takich, że iloczyn każdych dwóch z nich przy dzieleniu przez trzecią daje resztę 1.
9. Która z liczb $\sqrt{\frac{2006}{2007}}$ czy $\sqrt{\frac{2007}{2008}}$ jest większa?
10. Zbadać, która z liczb $1^1 \cdot 2^2 \cdot 3^3 \cdot \dots \cdot 9^9 \cdot 10^{10}$ czy 10^{55} jest większa?
11. Która z liczb $\frac{1}{5 \cdot 7} + \frac{1}{7 \cdot 9} + \dots + \frac{1}{63 \cdot 65}$ czy $\frac{1}{11}$ jest większa?
12. Oblicz: (a) $\frac{10^{42} \cdot 7^{41} - 10 \cdot 5^{43} \cdot 14^{40}}{2^{42} \cdot 35^{40} + 10^{40} \cdot 7^{41}}$, (b) $\frac{5 \cdot 4^{15} \cdot 9^9 - 4 \cdot 3^{20} \cdot 8^9}{5 \cdot 2^9 \cdot 6^{19} - 7 \cdot 2^{29} \cdot 27^6}$, (c) $\frac{6^{52} \cdot 5^{51} - 6 \cdot 3^{53} \cdot 10^{50}}{2^{52} \cdot 15^{50} + 6^{50} \cdot 5^{51}}$.
13. Oblicz: (a) $\sqrt[4]{7^3 \sqrt{27}} + 15 \sqrt[3]{64} - \sqrt[3]{10^4 \sqrt{256} + 8^4 \sqrt{81}}$,
(b) $\frac{5 \sqrt[3]{125 \cdot 4 \sqrt[5]{6561 \cdot \sqrt{729}}}}{\sqrt[3]{123 \cdot \sqrt{15625 \cdot \sqrt{324}}}} \cdot \sqrt[3]{\frac{1000}{729}} \cdot \sqrt{48 \cdot 243}$,
(c) $5 \sqrt[3]{6 \sqrt{32}} - 3 \sqrt[3]{9 \sqrt{162}} - 11 \sqrt[6]{18} + 2 \sqrt[3]{75 \sqrt{50}}$.
14. Ustaw porządku rosnącym liczby: 2^{160} , 3^{100} , 5^{60} , 8^{50} , 16^{36} .
15. Uzasadnić, że liczba $5^{n+1} + 5^{n+2} + 5^{n+3}$ jest liczba podzielna przez 155 dla każdej liczby całkowitej dodatniej n .
16. Dziadek i babcia mają razem 140 lat. Po ile lat ma każde z nich, jeżeli dziadek ma dwa razy tyle lat ile babcia miała wtedy, gdy dziadek miał tyle lat, ile babcia ma teraz?
17. Czy zachodzą równości?
(a) $\sqrt[6]{9 + 4\sqrt{5}} - \sqrt[6]{9 - 4\sqrt{5}} = 1$, (b) $\underbrace{88 \dots 8}_{19} \underbrace{33 \dots 3}_{2006} = \underbrace{44 \dots 4}_{19} \underbrace{66 \dots 6}_{2006}$.
18. Zapytano rybaka, ile waży złowiona przez niego ryba. Rybak odpowiedział: $\frac{2}{5}$ kg i jeszcze 2 razy po $\frac{2}{5}$ swojej masy. Ile ważyła ryba?
19. Do roztworu soli kuchennej o stężeniu 10% dodano 0,5 kg soli i otrzymano roztwór o stężeniu 15%. Ile w tym roztworze będzie kilogramów soli, a ile kilogramów wody?
20. Cena biletu na mecz piłki nożnej wynosiła 15 złotych. Gdy cenę obniżono okazało się, że na mecz przychodzi o 50% widzów więcej, a dochód ze sprzedaży wzrósł o 25%. O ile obniżono cenę biletu?
21. Mianownik pewnego ułamka jest o 2004 większy od licznika. Ułamek ten skrócono i otrzymano $\frac{5}{17}$. Znajdź postać tego ułamka przed skróceniem.
22. Pewną działkę Piotr przekopie w ciągu 12 godzin, Zbyszek w ciągu 10 godzin, a Michał w ciągu 8 godzin. W jakim czasie przekopią tę działkę pracując razem?