

Liga Zadaniowa-województwo kujawsko-pomorskie

Klasa VI

26. 11. 2011 r. Etap rejonowy

I spotkanie konkursowe

1. W pewnej klasie jest trzydziestu uczniów. Wśród nich jest pięciu takich, którzy mają brata i siostrę, oraz siedmiu takich, którzy nie mają brata ani siostry. Ilu uczniów tej klasy ma brata, jeśli wiadomo, że trzynastu ma siostrę?
2. Za ile co najmniej lat 27 listopada wypadnie w niedzielę, jak w roku 2011? Podaj co najmniej dwa takie lata, jeśli istnieją.
3. Oblicz: $2010\frac{7}{101} \cdot 2011\frac{7}{101} - 2009\frac{7}{101} \cdot 2012\frac{7}{101}$
4. Iloczyn liczb wyrażających wiek moich dzieci wynosi 1664. Najstarsze dziecko jest dwa razy starsze od najmłodszego. Ile mam dzieci?
5. Jak z dzbanka o pojemności 12 litrów pełnego mleka, odlać 6 litrów mleka używając tylko dwóch pustych dzbanków o pojemności 7 litrów i 5 litrów?
6. Każda z liter A , B i C oznacza pewną cyfrę.
Znajdź te cyfry wiedząc, że $A < B < C$ oraz spełniony jest warunek zapisany obok.

$$\begin{array}{r} A \quad B \quad C \\ + C \quad B \quad A \\ \hline 1 \quad 5 \quad 3 \quad 4 \end{array}$$

Uwaga: Wszystkie odpowiedzi do zadań powinny być uzasadnione.

Czas trwania zawodów 90 minut.

Zadania przygotowawcze na II spotkanie etapu rejonowego w dniu 14.01.2012 r.

Tematyka: 1. Potęga o wykładniku naturalnym.

2. Działania na liczbach wymiernych.

3. Podzielność liczb całkowitych.

1. Uzupełnij kwadraty magiczne:

a)

	-7	
-3		1

b)

		2
	2^2	
		-3^2

c)

	-6,3	
-3		2,1

2. Ile dzielników ma liczba $49 \cdot 27$?

3. Ile jest liczb naturalnych mniejszych niż 2020, które nie są podzielne ani przez 4 ani przez 5?

4. Która z liczb $\left(1 - \frac{2}{3}\right)\left(1 - \frac{2}{5}\right)\left(1 - \frac{2}{7}\right) \dots \left(1 - \frac{2}{2007}\right)\left(1 - \frac{2}{2009}\right)\left(1 - \frac{2}{2011}\right)$ czy $\frac{1}{2^{11}}$?

5. Wyznacz wszystkie liczby siedmiocyfrowe podzielne przez 12, w zapisie których występują tylko cyfry 5 i 4.

6. Ustaw w porządku rosnącym: 2^{55} , 3^{40} , 4^{27} , 5^{21} .

7 Oblicz: $\left(1 + \frac{2}{3}\right)\left(1 + \frac{2}{5}\right)\left(1 + \frac{2}{7}\right) \dots \left(1 + \frac{2}{2007}\right)\left(1 + \frac{2}{2009}\right)\left(1 + \frac{2}{2011}\right)$.

8. Wyznacz wszystkie liczby sześciocyfrowe podzielne przez 12, w zapisie których występują tylko cyfry 6 i 4.

9. Uzasadnij, że iloczyn cyfr każdej liczby czterocyfrowej jest zawsze mniejszy od tej liczby.

10. Ile jest liczb naturalnych mniejszych niż 1000, które nie są podzielne przez 5 ani przez 7?

11. Dwaj uczniowie, wysoki i niski, wyszli jednocześnie z tego samego domu do szkoły. Jeden z nich miał krok o 20 % krótszy od kroku drugiego ucznia, ale za to zdążył zrobić w tym samym czasie o 20% więcej kroków. Który z nich przybył wcześniej do szkoły?
12. Smok ma 2011 głów. Rycerz może ściąć jednym cięciem 33 głowy lub 21 głów lub 17 głów lub 1 główkę. Smokowi odrasta odpowiednio 48, 0, 14 i 349 głów jednocześnie, tzn. jeśli rycerz zetnie 33 głowy to smokowi odrósł 48 głów itd. Smok zostanie zabity jeśli wszystkie głowy zostaną ścięte. Czy rycerz może zabić smoka? Odpowiedź uzasadnij.
13. 1 stycznia 2012 roku o godzinie 12 w południe pewne dwa zegary wskazywały prawidłową godzinę. O jednym z nich wiemy, że w ciągu doby spieszy się o trzy minuty, drugi w tym czasie spóźnia się o jedną i pół minuty. Kiedy te zegary po raz pierwszy znów wskażą w ciągu doby tę samą godzinę? Czy będzie to w roku 2012?
14. Liczba naturalna a przy dzieleniu przez 5 daje resztę 3, zaś przy dzieleniu przez 7 daje resztę 2. Jaka resztę otrzymamy z dzielenia liczby a przez 35?
15. Wyznacz wszystkie liczby dwucyfrowe mające największą liczbę dzielników?
16. W zapisie dziesiętnym liczby wystąpiły tylko 73 jedynek. Czy liczba ta dzieli się przez 111?
17. Która z liczb jest większa $\left(\frac{1}{10}\right)^{10}$ czy $\left(\frac{3}{10}\right)^{20}$?
18. Wiadomo, że $p > q$. Która z liczb jest większa $\frac{p}{2} + \frac{q}{2}$ czy q ?
19. Dla jakich $k \in \mathbb{N}$ liczba 2^{k+1} jest podzielna przez 8?
20. Obliczyć wartość ułamka $\frac{a+b}{a-b}$, jeśli $2a^2 + 4ab = ab + 2b^2$.
22. W torebce jest mniej niż 100 cukierków. Ile ich jest, jeżeli wiadomo, że można je podzielić na 5 równych części, można je podzielić na 6 równych części, natomiast gdyby chciał je podzielić na 7 równych części, to w jednej z nich będzie o 3 cukierki mniej od każdej z pozostałych.
23. Ile razy należy do siebie dodać liczbę 8, aby otrzymać w sumie 8^{100} ?
24. Podaj największą liczbę naturalną, która przy dzieleniu przez 7 daje iloraz równy reszcie.
25. Ustaw w porządku rosnącym następujące liczby : 32^9 , 16^{12} , 63^7 , 27^{11} .
26. Umieść znaki działań i nawiasy tak, aby $\frac{1}{2} \frac{1}{6} \frac{1}{6009} = 2003$.
27. Oblicz: $\left(17\frac{3535}{88375} - 16\frac{1001}{1365}\right) \cdot 3\frac{6}{23} + 3\frac{6}{23} : \left(5 - 1\frac{187}{253}\right)$.
28. Wyznacz wszystkie liczby siedmiocyfrowe podzielne przez 3 i przez 4, w zapisie których występują tylko cyfry 2 i 3, przy czym dwójek jest więcej niż trójek.
29. Ze szklanki pełnej czarnej kawy Kasia wypiła $\frac{1}{6}$ szklanki i dołąła do pełna mleka. Wypiła z tej szklanki $\frac{1}{3}$ uzyskanego płynu i znów uzupełniła mlekiem. Wypiła ze szklanki połowę otrzymanego płynu, uzupełniła szklankę mlekiem i wreszcie wypiła wszystko. Czego wypiła więcej kawy, czy mleka?
30. Ile jest pięciocyfrowych liczb naturalnych, których suma cyfr po podzieleniu przez 45 daje resztę 3?

Uwaga: Dodatkowe zadania przygotowawcze można znaleźć w książkach "Liga zadaniowa" str 25 – 27 oraz str 15 – 18, str 78 – 90 oraz „*Koło Matematyczne w Szkole Podstawowej*” str 121 – 126 oraz 126 – 132.