

Liga zadaniowa - województwo kujawsko - pomorskie

Klasa I gimnazjum - ETAP REJONOWY II spotkanie konkursowe - 2 lutego 2013 r. - Zestaw III

Zadania konkursowe

1. Dany jest prostokąt $ABCD$ o polu 120. Punkty E , F , G i H dzielą odpowiednio boki AB , BC , CD i DA w stosunku 1:4, tzn.

$$\frac{|AE|}{|EB|} = \frac{|BF|}{|FC|} = \frac{|CG|}{|GD|} = \frac{|DH|}{|HA|} = \frac{1}{4}.$$

Oblicz pole równoległoboku $EFGH$.

2. Wiedząc, że $\frac{a}{3a+b} = \frac{1}{2013}$, oblicz $\frac{b}{4b+2010a}$.
3. Wiadomo, że przekątne rombu o polu 8 zawarte są w osiach układu współrzędnych, a ich długości wyrażają się przez liczby całkowite. Podaj współrzędne wierzchołków wszystkich takich rombów.
4. Dany jest równoległobok $ABCD$. Dwusieczne kątów zewnętrznych tego równoległoboku przecinają się w punktach E , F , G i H . Uzasadnij, że E , F , G i H są wierzchołkami prostokąta.
5. W trójkącie ABC kąt wewnętrzny przy wierzchołku A ma miarę 20° , kąt wewnętrzny przy wierzchołku B jest trzy razy większy od kąta A . Najpierw przedłużono bok BC poza C i znaleziono na tym przedłużeniu punkt D taki, że $|CD| = |CA|$. Następnie przedłużono bok BC poza B i znaleziono na nowym przedłużeniu punkt E taki, że $|BE| = |BA|$. Znaleźć kąty trójkąta AED .
6. Punkt E należy do boku AB równoległoboku $ABCD$ i nie jest wierzchołkiem tego równoległoboku. Prosta DE przecina przekątną AC w punkcie X . Uzasadnij, że pola trójkątów AXD i EXC są równe.

Uwaga 1. Wszystkie odpowiedzi do zadań powinny być uzasadnione.

Uwaga 2. Czas trwania konkursu - 90 minut.

Uwaga 3. Nie można używać kalkulatorów.

Zadania przygotowawcze na III spotkanie konkursowe w dniu 2.03.2013 r.

Tematyka:

1. Zadania logiczne.
 2. Proste równania i nierówności prowadzące do zadań tekstowych.
 3. Układ współrzędnych - figury geometryczne.
1. Z podanego wzoru $R = \frac{r_1 \cdot r_2}{r_1 + r_2}$ wyznacz r_1 , a następnie oblicz wartość r_1 , jeśli $R = 3,5$ oraz $r_2 = \frac{1}{2}$.
2. Dane są współrzędne trzech punktów $(-3; 2)$, $(3; -3)$ i $(5; 0)$. Wyznacz wszystkie równoległoboki, dla których trzy spośród jego czterech wierzchołków znajdują się w punktach o podanych współrzędnych. Czy wśród wyznaczonych równoległoboków są romby i prostokąty?
3. Od poniedziałku do środy Marek zawsze kłamie, w pozostałe zaś dni tygodnia mówi prawdę. Pewnego dnia Marek spotkał Marię i powiedział: 1) *Wczoraj kłamałem.* 2) *Od pojutrze przez kolejne dwa dni będę kłamał.* W jakim dniu Marek spotkał Marię?
4. W świeżych grzybach jest 90% wody. Po wstępnym wysuszeniu zostaje w nich 60% wody. Gdy wysuszono pewną porcję grzybów, stały się one lżejsze o 15 kg. Ile grzybów było przed suszeniem?
5. Piotr wyszedł z domu mając w kieszeni pewną liczbę złotych i pięciozłotówek, razem, kwotę większą od 140 zł, a mniejszą od 150 zł. Wydał trzecią część posiadanej gotówki. Pozostało mu tyle złotych, ile miał pięciozłotówek, i tyle pięciozłotówek, ile przedtem miał złotych. Ile miał złotych i pięciozłotówek, gdy wychodził z domu?

6. W małej chińskiej wiosce nad brzegiem rzeki Amur mieszkają 33 rodziny. Każda z nich ma jeden, dwa lub trzy rowery. Liczba rodzin posiadających trzy rowery jest taka sama, jak liczba rodzin posiadających tylko jeden rower. Ile jest rowerów w tej wiosce?
7. Zbyszek oszczędza, aby kupić komputer, który kosztuje 5400 zł. Zapytany, ile już zgromadził pieniędzy, odpowiedział: *Nawet, gdybym miał o 20% więcej niż mam, brakowałoby mi jeszcze o 25% mniej niż w rzeczywistości mi brakuje*. Ile pieniędzy ma Zbyszek?
8. W pewnej klasie dziewczęta stanowiły 62,5% liczby uczniów. Do klasy przybyła jedna osoba i wówczas dziewczęta stanowiły 64% uczniów. Ilu chłopców jest w tej klasie?
9. Wilgotność skoszonej trawy wynosi 60%, wilgotność siana 15%. Ile siana otrzyma się z 1 tony trawy?
10. Siostra jest o 3 lata młodsza od brata. Brat ma obecnie dwa razy tyle lat, ile miała siostra wtedy, kiedy brat miał tyle lat, ile teraz ma siostra. Ile lat ma siostra, a ile brat?
11. W stadzie jest 8 owiec. Pierwsza owca zjadła stóg siana w ciągu jednego dnia, druga w ciągu dwóch dni, trzecia w ciągu trzech dni; w podobny sposób zjadają stóg siana pozostałe owce, w szczególności ósma owca zjada stóg siana w ciągu ośmiu dni. Kto szybciej zje stóg siana: dwie pierwsze owce razem, czy wszystkie pozostałe owce razem? Odpowiedź uzasadnij.
12. Piotr mówi do Adama: *Mam dwa razy więcej lat niż Ty miałeś wtedy, kiedy ja miałem tyle lat, ile masz teraz. Kiedy osiągniesz mój obecny wiek, będziemy mieli łącznie 81 lat*. Ile lat ma obecnie Adam?
13. Średni wiek zawodniczek sekcji gimnastycznej wynosi 10 lat. Najstarsza zawodniczka ma 20 lat. Średni wiek pozostałych (bez najstarszej) jest równy 8 lat. Ile zawodniczek jest w tej sekcji gimnastycznej?
14. Pewną działkę Piotr przekopie w ciągu 10 godzin, Zbyszek w ciągu 8 godzin, a Mirek w ciągu 4 godzin. Czy pracując wspólnie przekopią całą działkę w ciągu a) 2,5 godzin? b) 2 godzin?
15. Dla jakich wartości m z odcinków $2m + 2$, $m + 8$, $3m + 1$ można zbudować trójkąt równoramienny?
16. Lis jest oddalony od psa o 60 swoich skoków. Trzy susy psa to siedem skoków lisa. W ciągu tego samego czasu pies wykonuje 6 susów, a lis 9 skoków. Po ilu susach pies dogoni lisa?
17. Zmniejszając pewną liczbę naturalną o 1, zmniejszamy ją o więcej niż 16,5%. Powiększając tę liczbę o 2 powiększamy ją o mniej niż 33,5%. Wyznacz tę liczbę.
18. W układzie współrzędnych dane są punkty $A = (-5; -2)$, $B = (4; -3)$, $C = (2; 1)$, $D = (7; 6)$, $E = (-8; 2)$. Oblicz pola: trójkąta ABC , czworokąta $ABCD$, pięciokąta $ABCDE$.
19. Punkty $A = (-1; 1)$, $B = (7; 1)$, $C = (2; 3)$ są wierzchołkami pewnego trójkąta. Znajdź punkt D taki, że trójkąty ABC i ABD są przystające i punkty C i D są różne. Rozpatrz wszystkie możliwości.
20. Wśród 21 monet jednakowych z wyglądu jedna jest cięższa od pozostałych. W jaki sposób można ją wykryć przy pomocy trzech ważeń na wadze szalkowej bez odważników?
21. Wśród dziewięciu monet jednakowych z wyglądu jedna jest fałszywa, tzn. ma inną wagę niż pozostałe. Przy pomocy ilu ważeń na wadze szalkowej potrafisz wykryć tę monetę?
22. Pewien człowiek miał przepłynąć się przez rzekę z wilkiem, kozą i kapustą. Łódka, którą znalazł, może zabrać jedno ze zwierząt lub kapustę. Jak mają pokonać rzekę, aby wszyscy w dobrym stanie znaleźli się na drugim brzegu?

Uwaga. Dodatkowe zadania przygotowawcze można znaleźć w książkach: Zbiór zadań *Liga Zadaniowa*, str. 82 - 88; *Koło matematyczne w szkole podstawowej*, str. 93 - 100, 132 - 144; *Koło matematyczne w gimnazjum*, str. 70 - 78, 183 - 197.