

Liga Zadaniowa - województwo kujawsko - pomorskie

Klasa I gimnazjum - ETAP REJONOWY III spotkanie konkursowe - 2 marca 2013 r. - Zestaw IV

Zadania konkursowe

1. Dla jakich wartości a z odcinków o długościach $3a + 3$, $4a + 1$ i $6a + 1$ można utworzyć trójkąt równoramienny?
2. Siostra jest o 4 lata młodsza od brata. Brat ma obecnie 3 razy tyle lat, ile miała siostra wtedy, gdy brat miał tyle lat, ile teraz ma siostra. Ile lat ma siostra, a ile brat?
3. Mały dźwig przeładowuje określoną ilość towaru w ciągu 10 godzin, średni dźwig wykonuje tę samą pracę w ciągu 8 godzin, a duży dźwig - w ciągu 4 godzin. Czy opłaca się w celu skrócenia czasu pracy zastąpić jednoczesną pracę małego i średniego dźwigu przez pracę dużego dźwigu?
4. Wśród jednakowo wyglądających 24 monet jedna jest cięższa od pozostałych, które są identyczne. Czy dokonując trzech ważeń na wadze szalkowej można wskazać tę jedyną cięższą monetę?
5. Oblicz pole trójkąta ABC wiedząc, że $A = (-3, -2)$, $C = (6, -4)$, a punkt $X = (0, 5)$ jest środkiem boku AB .
6. Bartek jest cięższy o 20% od swego młodszego brata Andrzeja i równocześnie jest lżejszy o 10% od swojego starszego brata Czesława. Czy prawdą jest, że Andrzej jest lżejszy od Czesława o mniej niż 30%?

Uwaga 1. Wszystkie odpowiedzi do zadań powinny być uzasadnione.

Uwaga 2. Czas trwania konkursu - 90 minut.

Uwaga 3. Nie można używać kalkulatorów.

Zadania niespodzianki na spotkanie kończące Ligę Zadaniową w roku szkolnym 2012/2013

1. Jakie liczby trzycyfrowe zapisane przy pomocy parzystych cyfr są podzielne przez iloczyn swoich cyfr?
2. Na każdej z trzech ścian sześcianu mających wspólny wierzchołek napisano po jednej z liczb: 14, 18 i 35. Na pozostałych ścianach umieszczono pewne liczby pierwsze w ten sposób, że sumy liczb na przeciwległych ściankach są takie same. Jakie to liczby?
3. Wskaż 11 kolejnych liczb naturalnych, których suma jest kwadratem liczby naturalnej. Czy potrafisz podać więcej takich kompletów liczb?
4. Uzasadnij, że dowolna liczba naturalna i jej suma cyfr mają taką samą resztę z dzielenia
a) przez liczbę 3, b) przez liczbę 9.
Pomyśl najpierw o liczbach dwucyfrowych, potem o trzycyfrowych, czterocyfrowych ...
5. W zapisie dziesiętnym pewnej liczby naturalnej przestawiono niektóre cyfry i otrzymano liczbę trzy razy większą. Udowodnij, że utworzona liczba jest podzielna przez 9, a także przez 27.
6. Czy istnieje liczba trzycyfrowa $\overline{abc}$ taka, że $a > c$ i różnica $\overline{abc} - \overline{cba}$ jest kwadratem liczby naturalnej?
7. Na tablicy wypisano w porządku rosnącym wszystkie liczby naturalne od 1 do 10000. Następnie starto wszystkie liczby, które nie dzieliły się ani przez 4 ani przez 11. Jaka liczba znajduje się na 2013-tym miejscu?
8. Na tablicy napisano pewną ilość liczb różnych od zera. Każda z tych liczb jest równa połowie sumy pozostałych liczb. Ile liczb napisano na tablicy?

9. Na tablicy napisano pewną ilość liczb. Każda z liczb jest średnią arytmetyczną pozostałych liczb. Uzasadnij, że wszystkie liczby są identyczne.
10. Czy można zapisać przy pomocy cyfr 1, 2, 3, 4, 5, 6 liczbę sześciocyfrową, używając każdej cyfry tylko raz, tak aby była ona podzielna przez 11?
11. Ile jest liczb:
 - (a) trzycyfrowych, zbudowanych z cyfr 3, 5, 7, o różnych cyfrach?
 - (b) czterocyfrowych, zbudowanych z cyfr 3, 5, 7, 9, o różnych cyfrach?
 - (c) trzycyfrowych, zbudowanych z cyfr 3, 5, 7, w których zapisie cyfry mogą się powtarzać ?
 - (d) czterocyfrowych, zbudowanych z cyfr 3, 5, 7, 9, w których zapisie cyfry mogą się powtarzać?
12. Oblicz sumę wszystkich liczb każdej z kategorii liczb opisanej w poszczególnych punktach zadania poprzedniego.
13. Czy możliwe jest, aby pewien skończony zbiór liczb dodatnich miał taką własność, że kwadrat każdej z liczb z tego zbioru jest większy od iloczynu jakichkolwiek dwóch innych liczb z tego zbioru?
14. Znaleźć cyfry a, b, c, d takie, że liczby $a, \overline{cd}, \overline{ad}, \overline{abcd}$ są kwadratami liczb naturalnych.
15. Trzycyfrowa liczba $\overline{abc}$ o różnych cyfrach jest pięć razy mniejsza niż suma wszystkich liczb innych niż sama liczba $\overline{abc}$ i utworzonych z cyfr a, b, c przez przestawienie cyfr w liczbie $\overline{abc}$. Jaka to liczba?
16. Czy można w wierzchołkach ośmiokąta wpisać liczby 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, po jednej liczbie w każdym wierzchołku, w taki sposób, aby suma liczb w każdym trzech kolejnych wierzchołkach była
 - a) większa niż 11? b) większa niż 13?
17. Czy można przy pomocy dwóch naczyń o pojemności 9 litrów i 11 litrów pobrać z kranu 10 litrów wody?
18. Czy można w kwadracie o wymiarach 5×5 podzielonym na jednostkowe kwadraciki usunąć jeden kwadracik tak, aby powstała figurę pokryć prostokątami o wymiarach 1×3 ?
19. Czy można rozciąć kwadrat o wymiarach 6×6 na prostokąty o wymiarach 1×4 ?
20. Czy istnieje taki rok, w którym ani razu poniedziałek nie będzie trzynastego dnia miesiąca? Jaka może być w ciągu roku największa liczba poniedziałków, które wypadają trzynastego dnia miesiąca?
21. Rozwiąż rebus

			D	W	A	
	x		D	W	A	

		*	*	R	*	
	*	*	*	*		
Y	*	*	*			

	C	Z	T	E	R	Y