

Liga Zadaniowa-województwo kujawsko-pomorskie

Klasa VI

24. 11. 2012 r. Etap rejonowy

I spotkanie konkursowe

1. Alicja, Barbara, Celina i Dorota wybrały się na grzyby. Alicja zebrała trzy razy więcej grzybów od Beaty, Beata trzy razy więcej od Celiny, a Celina trzy razy więcej od Doroty. Wiadomo, że razem mają więcej niż 50, ale mniej niż 100 grzybów. Ile grzybów ma każda z dziewczynek?

2. W pewnym miesiącu trzy czwartki wypadły w dni parzyste. Jaki dzień tygodnia wypadł osiemnastego tego miesiąca?

3. Porównaj liczby : $a = 2011 \cdot 2012 \frac{2012}{10000}$ i $b = 2012 \cdot 2011 \frac{2011}{10000}$.

3	4
?	5

4. Prostokąt podzielono na cztery mniejsze prostokąty. Pola trzech spośród nich wynoszą odpowiednio 3, 4 i 5 (patrz rysunek).

Jakie jest pole czwartego prostokąta?

5. Jak mając do dyspozycji naczynia o pojemności 17 i 5 litrów odmierzyć z cysterny 13 litrów wody? Wodę wolno przelewać z cysterny do naczyń, a z naczyń do cysterny lub innego naczynia.

6. W czasie I wojny światowej w pobliżu zamku toczyła się bitwa. Kula armatnia uszkodziła statuetkę rycerza z piką w ręku stojącego przed zamkiem. Działo się to ostatniego dnia miesiąca. Iloczyn numeru miesiąca, daty dnia – w którym to się stało, połowy wieku dowódcy baterii strzelającej do zamku, długości piki wyrażonej w stopach i połowy czasu wyrażonego w latach, jak długo stała statua, jest równy 451066. W którym roku postawiono statuetkę?

Wskazówka: I wojna światowa toczyła się w latach 1914 – 1918.

Uwaga: Wszystkie odpowiedzi do zadań powinny być uzasadnione.

Czas trwania zawodów 90 minut.

Zadania przygotowawcze na II spotkanie etapu rejonowego w dniu 02.02.2013 r.

Tematyka: 1. Potęga o wykładniku naturalnym.

2. Działania na liczbach wymiernych.

3. Podzielność liczb całkowitych.

1. Uzupełnij kwadraty magiczne:

a)

	-10	
-5		2

b)

		2
	-4^2	
		$(-5)^2$

2. Pewna liczba całkowita przy dzieleniu przez 3 daje resztę 2, zaś przy dzieleniu przez 4 daje resztę 1. Jaką resztę daje ta liczba przy dzieleniu przez 12?

3. Wyznacz wszystkie liczby dwucyfrowe mające największą liczbę dzielników?

4. Oblicz wartość wyrażenia $5 \frac{2}{101} \cdot 2 \frac{116}{117} - 3 \frac{1}{101} \cdot 1 \frac{116}{117} - 2 \frac{1}{101} \cdot 3 \frac{116}{117}$.

5. Wyznacz wszystkie liczby pięciocyfrowe $abcde$, które są podzielne przez 36 i dla których $a < b < c < d < e$.

6. Ustaw w porządku rosnącym liczby: 2^{45} , 3^{36} , 4^{27} , 5^{18} .

7. Ile dzielników ma liczba $49 \cdot 27$?

8. Ile jest liczb naturalnych mniejszych niż 2020, które nie są podzielne ani przez 4 ani przez 5?

9. Która z liczb jest większa $\left(1 - \frac{2}{3}\right)\left(1 - \frac{2}{5}\right)\left(1 - \frac{2}{7}\right) \dots \left(1 - \frac{2}{2009}\right)\left(1 - \frac{2}{2011}\right)$ czy $\frac{1}{2^{11}}$?

10. Wyznacz wszystkie liczby siedmiocyfrowe podzielne przez 12, w zapisie których występują tylko cyfry 5 i 4.

11. Oblicz: $\left(1+\frac{2}{3}\right)\left(1+\frac{2}{5}\right)\left(1+\frac{2}{7}\right)\dots\left(1+\frac{2}{2007}\right)\left(1+\frac{2}{2009}\right)\left(1+\frac{2}{2011}\right)$.

12. Wyznacz wszystkie liczby sześciocyfrowe podzielne przez 12, w zapisie których występują tylko cyfry 6 i 4.

13. Uzasadnij, że iloczyn cyfr każdej liczby czterocyfrowej jest zawsze mniejszy od tej liczby.

14. Ile jest liczb naturalnych mniejszych niż 1000, które nie są podzielne przez 5 ani przez 7?

15. Dwaj uczniowie, wysoki i niski, wyszli jednocześnie z tego samego domu do szkoły. Jeden z nich miał krok o 20 % krótszy od kroku drugiego ucznia, ale za to zdążył zrobić w tym samym czasie o 20% więcej kroków. Który z nich przybył wcześniej do szkoły?

16. Smok ma 2012 głów. Rycerz może ściąć jednym cięciem 33 głowy lub 21 głów lub 17 głów lub 1 głowę. Smokowi odrasta odpowiednio 48, 0, 14 i 349 głów jednocześnie, tzn. jeśli rycerz zetnie 33 głowy, to smokowi odrósł 48 głów itd. Smok zostanie zabity, jeśli wszystkie głowy zostaną ścięte. Czy rycerz może zabić smoka? Odpowiedź uzasadnij.

17. 1 stycznia 2013 roku o godzinie 12 w południe pewne dwa zegary wskazywały prawidłową godzinę. O jednym z nich wiemy, że w ciągu doby spiesz się o trzy minuty, drugi w tym czasie spóźnia się o jedną i pół minuty. Kiedy te zegary po raz pierwszy znów wskażą w ciągu doby tę samą godzinę? Czy będzie to w roku 2013?

18. Liczba naturalna a przy dzieleniu przez 5 daje resztę 3, zaś przy dzieleniu przez 7 daje resztę 2. Jaka reszta otrzymamy z dzielenia liczby a przez 35?

19. W zapisie dziesiętnym liczby wystąpiły tylko 73 jedynek. Czy liczba ta dzieli się przez 111?

20. Która z liczb jest większa $\left(\frac{1}{10}\right)^{10}$ czy $\left(\frac{3}{10}\right)^{20}$?

21. Wiadomo, że $p > q$. Która z liczb jest większa $\frac{p}{2} + \frac{q}{2}$ czy q ?

22. Dla jakich $k \in \mathbb{N}$ liczba 2^{k+1} jest podzielna przez 8?

23. W torebce jest mniej niż 100 cukierków. Ile ich jest, jeżeli wiadomo, że można je podzielić na 5 równych części, można je podzielić na 6 równych części, natomiast gdyby chciał je podzielić na 7 równych części, to w jednej z nich będzie o 3 cukierki mniej od każdej z pozostałych.

24. Ile razy należy do siebie dodać liczbę 8, aby otrzymać w sumie 8^{100} ?

25. Podaj największą liczbę naturalną, która przy dzieleniu przez 7 daje iloraz równy reszcie.

26. Ze szklanki pełnej czarnej kawy Kasia wypila $\frac{1}{6}$ szklanki i dołąła do pełna mleka.

Następnie wypila z tej szklanki $\frac{1}{3}$ uzyskanego płynu i znów uzupełniła mlekiem. Potem wypila ze szklanki połowę otrzymanego płynu, uzupełniła szklankę mlekiem i wreszcie wypila wszystko. Czego wypila więcej kawy, czy mleka?

27. Umieść znaki działań i nawiasy tak, aby $\frac{1}{2} \quad \frac{1}{6} \quad \frac{1}{6009} = 2003$.

Uwaga1: Dodatkowe zadania przygotowawcze można znaleźć w książkach "Liga zadaniowa", str 25 – 27 oraz str 15 – 18, str 78 – 90 oraz „Koło Matematyczne w Szkole Podstawowej” str 121 – 126 oraz 126 – 132.

Uwaga2: Dodatkowe zadania przygotowawcze na etap wojewódzki „Koło Matematyczne w Szkole Podstawowej” zad 373, zad 382, zad 392, zad 404 oraz przykłady 3 str 211 i przykład 13 str 130.