

Liga Zadaniowa – województwo kujawsko-pomorskie

Klasa II gimnazjum

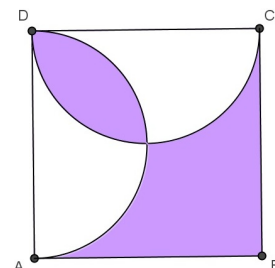
6 kwietnia 2013 r. Etap wojewódzki

1. Czy liczba

$$\frac{5}{3} \cdot \left(1 + \frac{4}{5}\right) \cdot \left(1 + \frac{4}{9}\right) \cdot \left(1 + \frac{4}{13}\right) \cdot \dots \cdot \left(1 + \frac{4}{2009}\right)$$

jest liczbą pierwszą?

2. W kwadracie ABCD narysowano dwa półokręgi o średnicach CD i AD (patrz rysunek). Wiedząc, że $|AB| = 4$ oblicz pole i obwód zacieniowanej figury.



3. Uzasadnij, że

$$\sqrt{12 - \sqrt{128}} + \sqrt{20 - \sqrt{384}} + \sqrt{28 - \sqrt{768}} = 2.$$

4. Tomek, mieszkaniec miejscowości B, chcąc wypróbować zbudowany przez siebie wehikuł, postanowił przejechać się kilka razy na trasie między miejscowościami B i A liczącej 45 km. Jego przyjaciel Janek, mieszkaniec miejscowości A, był wytrawnym piechurem. Pewnego dnia o tej samej porze Janek wyruszył na pieszą wędrówkę z A do B, a Tomek wyjechał z B na swoją próbną jazdę. Po raz pierwszy spotkali się po dwóch godzinach. Tomek dojechawszy do A natychmiast zawrócił. Drugie spotkanie nastąpiło po upływie jednej godziny i dwudziestu minut od pierwszego spotkania. Tomek dojechawszy do B zawrócił i spotkał na drodze Janka po raz trzeci. Czas, jaki upłynął między drugim i trzecim spotkaniem, był dwa razy dłuższy niż czas między pierwszym i drugim spotkaniem. Ile razy szybciej od Janka poruszał się Tomek? W jakiej odległości od B chłopcy spotkali się po raz trzeci?

5. Wyznacz najmniejszą wartość wyrażenia $a^2 + b^2 + ab - 4$ wiedząc, że $a + b = 2$.
6. W równoległoboku $ABCD$ kąt przy wierzchołku A ma miarę 60° oraz $|AB| = 6$. Dwusieczne kątów wewnętrznych równoległoboku przy wierzchołkach A i B przecinają się w punkcie S leżącym wewnątrz równoległoboku. Dwusieczne te przecinają bok CD odpowiednio w punktach F i E w taki sposób, że $|DE| = |EF| = |FC|$.

(a) Oblicz obwód równoległoboku $ABCD$.

(b) Jaką część pola równoległoboku $ABCD$ stanowi pole trójkąta SFE ?

Uwaga 1. Wszystkie odpowiedzi do zadań powinny być uzasadnione.

Uwaga 2. Czas trwania konkursu - 120 minut.

Uwaga 3. Nie można używać kalkulatorów.