

Liga Zadaniowa - konkurs przedmiotowy z matematyki
Województwo kujawsko - pomorskie

Klasa I gimnazjum
Zadania przygotowawcze na I spotkanie etapu rejonowego
w dniu 15.11.2014 r.

Tematyka:

1. Działania na liczbach wymiernych.
2. Podzielność liczb naturalnych i całkowitych.
3. Proste obliczenia procentowe.
4. Graniastoslupy.

1. Wyznacz liczbę wszystkich dzielników liczby $3^7 + 5^2 \cdot 3^5 + 45 \cdot 3^3$.
2. Oblicz:
$$\frac{\left((0,6)^2 + \frac{\frac{3}{5} \cdot 2,2}{0,9 - \frac{2}{5}}\right) \cdot 0,(2013)}{1,6 - \frac{1,4 + \frac{4}{5}}{2}} - (1 - 0,08 : 0,101)$$
3. Ile jest liczb podzielnych przez 5 i niepodzielnych przez 8 wśród liczb całkowitych większych niż 99 i mniejszych niż 1001?
4. Oblicz sumę pierwszych dwudziestu cyfr rozwinięcia dziesiętnego ułamka $\frac{9}{13}$.
5. Z cyfr 2, 4 i 6 tworzymy wszystkie możliwe liczby czterocyfrowe, przy czym wśród nich mogą się pojawić także liczby, w których zapisie powtarza się tylko jedna cyfra oraz takie liczby, które daje się zapisać przy pomocy tylko dwóch różnych cyfr. Ile liczb podzielnych przez 12 znajduje się w tym zbiorze liczb? Wypisz je.
6. Z prostopadłościennego akwarium wypełnionego wodą w osiemdziesięciu procentach przepompowano całą wodę do większego akwarium, także w kształcie prostopadłościanu, i w ten sposób nowe akwarium zapełniono w 24 procentach. Jakiej długości jest zewnętrzna wysokość nowego akwarium, jeśli wiadomo, że oba akwaria są otwarte, oba mają ścianki i dna grubości jednego centymetra, mniejsze z nich ma zewnętrzne krawędzie podstawy o długościach 110 cm i 86 cm oraz wysokość zewnętrzną równą 76 cm, a większe ma podstawę o zewnętrznych krawędziach długości 110 cm i 170 cm?
7. Po skróceniu ułamka
$$\frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 29 \cdot 30}{7 \cdot 3^{17} + 5 \cdot 3^{16} + 4 \cdot 3^{15}}$$
otrzymano ułamek nieskracalny. Jaki jest mianownik tego nieskracalnego ułamka?
8. Wskaż wszystkie liczby naturalne czterocyfrowe, które są podzielne przez 4, a iloczyn ich cyfr jest równy 24.
9. Reszta z dzielenia przez 7 liczby a jest równa 3, reszta z dzielenia przez 7 liczby b jest równa 6. Jaka jest reszta z dzielenia przez 7 (a) liczby a^2 ? (b) iloczynu liczb a i b ? (c) liczby $2a^2 + 3ab$?
10. Reszta z dzielenia liczby pierwszej przez 21 jest liczbą złożoną. Która z liczb mogłaby być tą resztą? Ile jest takich reszt?
11. Liczba naturalna nazywa się żółtą, jeśli zapisana jest przy pomocy różnych cyfr i iloczyn tych cyfr równy jest 2520. Podaj kilka przykładów takich liczb. Wyznacz największą i najmniejszą żółtą liczbę naturalną.

12. Ile jest liczb naturalnych mniejszych od 2013, z których
- każda jest podzielna przez 3 i przez 17?
 - każda jest podzielna przez 3 lub przez 17?
 - żadna nie jest podzielna ani przez 5 ani przez 7?
13. Wyznacz wszystkie liczby pięciocyfrowe $\overline{abcde}$, które są podzielne przez 36 i dla których $a < b < c < d < e$.
14. Dane są dwie różne cyfry, z których żadna nie jest zerem. Wykaż, że suma wszystkich liczb dwucyfrowych, które można zapisać przy pomocy tych cyfr, jest podzielna przez 22.
15. Pewna liczba przy dzieleniu przez 3 daje resztę 2, a przy dzieleniu przez 5 daje resztę 3. Jaka resztę otrzymamy dzieląc tę liczbę przez 15?
16. Spośród liczb całkowitych dodatnich, mniejszych niż 2014, wybieramy wszystkie te, które są podzielne przez 3, a przy dzieleniu przez 7 dają resztę 5. Ile jest takich liczb?
17. Każdą z podanych liczb wymiernych, zapisanych przy pomocy nieskończonego rozwinięcia dziesiętnego, zapisz w postaci ułamka zwykłego: a) $0,7(3)$, b) $0,(134)$, c) $0,22(13)$, d) $0,(2002)$, e) $0,123(114)$.
18. Oblicz a) $\frac{(6\frac{3}{5} - 3\frac{3}{14}) \cdot 5\frac{5}{6}}{(21 - 1,25) : 2,5}$ b) $\frac{0,5 : 1\frac{1}{4} + 1,4 : 1\frac{4}{7} - 0,(27) \cdot 3}{1,75 : 18,(3)}$
 c) $\frac{0,5 + \frac{1}{4} + 0,1(6) + 0,125}{0,(3) + 0,4 + \frac{14}{15}} + \frac{(3,75 - 0,625) \cdot \frac{48}{125}}{12,8 \cdot 0,25}$.
19. Czy liczba $\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{98 \cdot 99} + \frac{1}{99 \cdot 100}$ jest większa od $\frac{98}{99}$?
20. Oblicz a) $\frac{685 \cdot 654654}{327 \cdot 137137 + 137 \cdot 327327}$, b) $\left(1 + \frac{2}{3}\right) \cdot \left(1 + \frac{2}{5}\right) \cdot \dots \cdot \left(1 + \frac{2}{2013}\right)$.
21. Woda stanowi 84% wagi spragnionego wielbłąda Kubusia. Jeśli ten wielbłąd się napije, jego waga wynosi 800 kg, a woda stanowi 85% jego wagi. Jaka jest waga spragnionego wielbłąda Kubusia?
22. Połowa pasażerów, którzy wsiedli do tramwaju na przystanku początkowym, zajęła miejsca siedzące. Na pierwszym przystanku liczba pasażerów zwiększyła się o 8%. Ilu pasażerów wsiadło do tramwaju na przystanku początkowym, jeśli wiadomo, że w tramwaju mieści się co najwyżej 70 osób?
23. Buty kosztujące 100 zł przeceniono o 20%. Po miesiącu, w związku z sezonową obniżką, wszystkie ceny zmniejszono o 20%, a po kolejnym miesiącu dokonano następnej przeceny i wtedy buty kosztowały 60 zł. O ile procent obniżono cenę za trzecim razem?
24. Liczba x jest większa od liczby y o 20%. O ile procent liczba y jest mniejsza od liczby x ?
25. Mydło w kształcie prostopadłościanu po pewnym czasie zmniejszyło swoje wymiary do połowy. O ile procent objętość mydła zmniejszyła się po zmydleniu?
26. Połowa zadań to zadania trudne, połowa zadań to zadania nudne. Ile procent zadań trudnych stanowią zadania nudne, jeśli wiadomo, że co trzecie z zadań nudnych jest trudne?

Uwaga. Dodatkowe zadania przygotowawcze można znaleźć w książkach:

Liga Zadaniowa, str.15-18 (zad. 84-105, zad. 114-135), str. 25-29 (zad. 1-51), str. 54-58 (zad. 157-198);

Koło matematyczne w szkole podstawowej, str.121-131, 173-174;

Koło matematyczne w gimnazjum, rozdział: Liczby, Podzielność liczb, Procenty.