

Liga Zadaniowa - konkurs przedmiotowy z matematyki
Województwo kujawsko - pomorskie

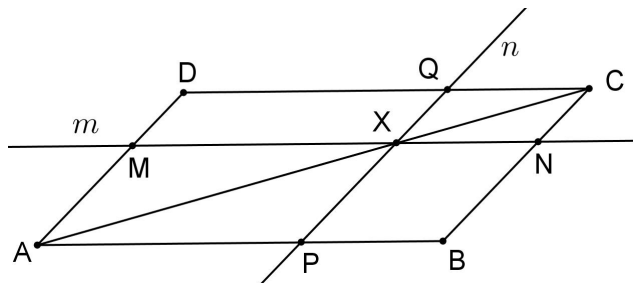
Klasa I gimnazjum - ETAP REJONOWY

Zadania przygotowawcze na II spotkanie konkursowe w dniu 10.01.2015 r.

Tematyka:

1. Obliczanie pól wielokątów.
 2. Układ współrzędnych.
 3. Działania na wyrażeniach algebraicznych.
 4. Kąty wierzchołkowe, naprzemianległe, przyległe, odpowiadające.
 5. Kąty wewnętrzne i zewnętrzne różnych wielokątów.
1. Miary zewnętrznych kątów trójkąta pozostają w proporcji 4:3:2. Znajdź miarę kąta między dwusiecznymi wychodzącymi z wierzchołków mniejszych kątów wewnętrznych tego trójkąta.
 2. Dany jest równoległobok $ABCD$ (rysunek poniżej). Na przekątnej AC wybrano punkt X różny od punktu przecięcia przekątnych. Przez punkt X poprowadzono prostą m równoległą do boku AB , przecinającą bok AD w punkcie M i bok BC w punkcie N , oraz prostą n równoległą do boku AD , przecinającą bok AB w punkcie P i bok DC w punkcie Q . Uzasadnij, że czworokąty $MXQD$ i $PBNX$ mają równe pola.
 3. Uzupełnij kwadrat magiczny:

$-12x + 21$		$25x + 16$
	$-6x + 3$	



4. Dane są punkty o współrzędnych $(-4, -2)$, $(3, -2)$ i $(-1, 4)$. Wyznacz wszystkie równoległoboki, których wierzchołki znajdują się w podanych punktach i podaj współrzędne ich wierzchołków. Który z tych równoległoboków ma największe pole?
5. Obwód prostokąta jest równy 220. Dwusieczna jednego z kątów wewnętrznych dzieli dłuższy bok prostokąta w stosunku 3:4. Oblicz długości boków prostokąta oraz iloraz pól figur, na które rozcięła prostokąt wspomniana dwusieczna. Rozpatrz wszystkie przypadki.
6. W trójkącie ABC punkt A_1 jest środkiem odcinka BC , punkt C_1 jest środkiem odcinka AB , punkt A_2 jest środkiem odcinka A_1B , punkt C_2 jest środkiem odcinka C_1B , punkt A_3 jest środkiem odcinka A_2B . Pole trójkąta C_2BA_3 jest równe P . Oblicz pole trójkąta ABC .
7. Dany jest prostokąt $ABCD$ o polu 120. Punkty E , F , G i H dzielą odpowiednio boki AB , BC , CD i DA w stosunku 1:4, tzn.

$$\frac{|AE|}{|EB|} = \frac{|BF|}{|FC|} = \frac{|CG|}{|GD|} = \frac{|DH|}{|HA|} = \frac{1}{4}.$$

Oblicz pole równoległoboku $EFGH$.

8. Wiedząc, że $\frac{a}{4a+b} = \frac{1}{2014}$, oblicz $\frac{5b}{6b+2010a}$.
9. Wiadomo, że przekątne rombu o polu 8 zawarte są w osiach układu współrzędnych, a ich długości wyrażają się przez liczby całkowite. Podaj współrzędne wierzchołków wszystkich takich rombów.

10. Dany jest równoległobok $ABCD$. Dwusieczne kątów zewnętrznych tego równoległoboku przecinają się w punktach E, F, G i H . Uzasadnij, że E, F, G i H są wierzchołkami prostokąta.
11. Punkt E należy do boku AB równoległoboku $ABCD$ i nie jest wierzchołkiem tego równoległoboku. Prosta DE przecina przekątną AC w punkcie X . Uzasadnij, że pola trójkątów AXD i EXC są równe.
12. Oblicz pole czworokąta $ABCD$ mając dane współrzędne punktów $A = (-3, -6)$, $B = (7, -4)$, $C = (1, 1)$, $D = (-1, 7)$.
13. Punkty $A = (-2, 4)$, $B = (4, 4)$ są wierzchołkami trójkąta ABC , którego pole jest równe 24. Znajdź współrzędne punktu C wiedząc, że a) trójkąt ABC jest równoramienny i odcinek AB jest jego podstawą, b) trójkąt ABC jest prostokątny, c) pierwsza współrzędna punktu C jest równa -3 .
14. W czworokącie $ABCD$ kąty przy wierzchołkach A i B są proste. Jaki jest stosunek pól trójkątów ADB i ACB , jeżeli wiadomo, że pole czworokąta $ABCD$ jest trzykrotnie większe niż pole trójkąta ACB ?
15. W trójkącie równoramiennym ABC , w którym $|AC| = |BC|$, poprowadzono dwusieczną AD kąta przy wierzchołku A . Wiadomo dodatkowo, że $|AD| = |AB|$. Jaka jest miara kąta $\sphericalangle ACB$?
16. W trapezie równoramiennym $ABCD$ o podstawach AB i CD mamy $|BC| = |CD| = |DA|$ i przekątna AC jest prostopadła do boku BC . Oblicz miary kątów tego trapezu.
17. W trójkąt o kątach 40° , 70° , 70° wpisano okrąg i połączono punkty styczności trójkąta i okręgu. Oblicz miary kątów powstałego trójkąta.
18. Ile jest różnych trójkątów prostokątnych o polu 2020, których przyprostokątne mają długości będące liczbami naturalnymi?

Uwaga. Dodatkowe zadania przygotowawcze można znaleźć w książkach:

Liga Zadaniowa, str.69-73 (zad.1-29, 34, 36, 39, 45, 46, 48) i str.76-90; (zad. 84, 101, 107, 125, 126, 128-132, 141, 160, 163, 168,169, 172-178, 182, 183, 186-188);

Koło matematyczne w szkole podstawowej, str.145-166;

Koło matematyczne w gimnazjum, rozdziały: Kąty, Pola i obwody.