

**Liga Zadaniowa – konkurs przedmiotowy z matematyki**  
**Województwo kujawsko-pomorskie**

**Klasa II gimnazjum**

**Zadania przygotowawcze na I spotkanie etapu rejonowego**  
**w dniu 15.11.2014 r.**

**Tematyka:**

1. Wielkości wprost proporcjonalne.
2. Przekształcanie wzorów.
3. Równania i nierówności - zadania tekstowe.
4. Działania na potęgach i pierwiastkach.

1. Mianownik ułamka jest o 2013 większy od licznika tego ułamka. Ułamek ten po skróceniu przyjął postać  $\frac{3}{14}$ . Wyznacz postać tego ułamka przed skróceniem.
2. Która z liczb jest większa,  $\sqrt[3]{\frac{2012}{2013}}$  czy  $\sqrt[3]{\frac{2013}{2014}}$ ?
3. Oblicz:  $\frac{\sqrt[5]{3125} \cdot \sqrt[4]{6561} \cdot \sqrt{729}}{\sqrt[3]{125} \cdot \sqrt{15625} \cdot \sqrt{324}} \cdot \sqrt[3]{\frac{1000}{729}} \cdot \sqrt{48 \cdot 243}$ .
4. Porównaj liczbę 
$$\frac{1}{1 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 5} + \frac{1}{5 \cdot 7} + \dots + \frac{1}{2009 \cdot 2011} + \frac{1}{2011 \cdot 2013}$$
z liczbami  $\frac{1}{2}$  i  $\frac{3}{7}$ . Uporządkuj te trzy liczby od najmniejszej do największej.
5. Piotr wykonuje pewną pracę w ciągu 10 godzin, Zbyszek wykonuje tę samą pracę w ciągu 12 godzin, zaś Mirek wykonuje tę pracę w ciągu 8 godzin. Piotr, Zbyszek i Mirek rozpoczynają wykonywać razem tę pracę o godz. 8:00 rano. Czy wykonają ją przed przerwą obiadową, która zaczyna się o godz. 12:00?
6. Panowie Tadeusz i Tomasz pokonują, każdy ze swoją stałą prędkością, drogę łączącą miejscowości A i B. Wyruszają jednocześnie, przy czym pan Tadeusz rusza z miejscowości A, a pan Tomasz z miejscowości B. Po spotkaniu tych panów w czasie wędrowki pan Tadeusz doszedł do celu w ciągu 4 godzin od momentu spotkania, a pan Tomasz w ciągu 2 godzin i 15 minut od momentu spotkania. Ile czasu zajęła cała wędrowka każdemu z nich?
7. Która z liczb  $(2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 8 \cdot \dots \cdot 2012)^2$  czy  $2012^{1006}$  jest większa?
8. Wyznacz sumę cyfr liczby  $\underbrace{(44 \dots 4)}_{20 \text{ cyfr}} \cdot \underbrace{(55 \dots 5)}_{10 \text{ cyfr}}$ .
9. Oblicz: 
$$\frac{6^{52} \cdot 5^{51} - 6 \cdot 3^{53} \cdot 10^{50}}{2^{52} \cdot 15^{50} + 6^{50} \cdot 5^{51}}.$$
10. Ustaw w porządku rosnącym liczby:  $2^{90}, 3^{60}, 5^{45}, 8^{45}, 16^{30}$ .
11. Rozwiąż równanie:  $0,16 : \left[ \frac{(0,2x + 0,6) \cdot \frac{2}{3}}{0,125} - 2,4 \right] = 0,04.$

12. W dwóch beczkach znajduje się łącznie 80 litrów wody. Jeżeli z pierwszej beczki przelalibyśmy do drugiej tyle, aby jej zawartość w drugiej beczce podwoiła się, a następnie z drugiej przelalibyśmy do pierwszej tyle, aby jej zawartość w pierwszej beczce podwoiła się, to w obu beczkach byłoby tyle samo wody. Ile jest wody w każdej beczce?
13. Na stadionie, którego bieżnia ma 400 m długości, odbył się bieg na 10 km. Zwycięzca ukończył bieg po 30 minutach, a ostatni zawodnik po 32 minutach. Po ilu okrążeniach zwycięzca zdublował ostatniego przeciwnika? Przyjmij, że każdy zawodnik biegł ze stałą prędkością.
14. Oblicz a)  $3 + 33 + 333 + \dots + \underbrace{33\dots3}_{2012}$ , b)  $4 + 44 + 444 + \dots + \underbrace{44\dots4}_{2012}$ ,  
c)  $5 + 55 + 555 + 5555 + \dots + \underbrace{55\dots5}_{2011}$ .
15. Zbadaj, która z liczb  $1^2 \cdot 2^2 \cdot 3^3 \cdot \dots \cdot 9^9 \cdot 10^{10}$  czy  $10^{55}$  jest większa?
16. Która z liczb  $\frac{1}{5 \cdot 7} + \frac{1}{7 \cdot 9} + \dots + \frac{1}{63 \cdot 65}$  czy  $\frac{1}{11}$  jest większa?
17. Oblicz: a)  $\frac{10^{42} \cdot 7^{41} - 10 \cdot 5^{43} \cdot 14^{40}}{2^{42} \cdot 35^{40} + 10^{40} \cdot 7^{41}}$ , b)  $\frac{5 \cdot 4^{15} \cdot 9^9 - 4 \cdot 3^{20} \cdot 8^9}{5 \cdot 2^9 \cdot 6^{19} - 7 \cdot 2^{29} \cdot 27^6}$ .
18. Oblicz: a)  $\frac{\sqrt[5]{3125} \cdot \sqrt[4]{6561} \cdot \sqrt{729}}{\sqrt[3]{125} \cdot \sqrt{15625} \cdot \sqrt{324}} \cdot \sqrt[3]{\frac{1000}{729}} \cdot \sqrt{48 \cdot 243}$ ,  
b)  $5\sqrt[3]{6\sqrt{32}} - 3\sqrt[3]{9\sqrt{162}} - 11\sqrt[6]{18} + 2\sqrt[3]{75\sqrt{50}}$ , c)  $\sqrt[4]{7 \cdot \sqrt[3]{27}} + 15\sqrt[3]{64} - \sqrt[3]{10\sqrt[4]{256}} + 8\sqrt[4]{81}$ ,  
d)  $\frac{\sqrt[4]{15 \cdot \sqrt[3]{27}} + 9 \cdot \sqrt[3]{64}}{\sqrt[3]{26 \cdot \sqrt[4]{256}} + 7 \cdot \sqrt[4]{81}}$ , e)  $\sqrt[4]{5\sqrt[3]{729}} + 9\sqrt[3]{64} - \sqrt[3]{3\sqrt[4]{625}} + 4\sqrt[4]{81}$ .
19. Zapytano rybaka, ile waży złowiona przez niego ryba. Rybak odpowiedział:  $\frac{2}{3}$  kg i jeszcze 2 razy po  $\frac{2}{5}$  swojej masy. Ile waży ryba?
20. Dziadek i babcia mają razem 140 lat. Po ile lat ma każde z nich, jeżeli dziadek ma dwa razy tyle lat, ile babcia miała wtedy, gdy dziadek miał tyle lat, ile ma teraz babcia?
21. Oblicz: 
$$\frac{666666 \cdot 6666666}{1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1} - \frac{777777 \cdot 7777777}{1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1}$$
.
22. Uprość ułamek  $\frac{1 \cdot 2 \cdot 3 + 2 \cdot 4 \cdot 6 + 4 \cdot 8 \cdot 12 + 7 \cdot 14 \cdot 21}{1 \cdot 3 \cdot 5 + 2 \cdot 6 \cdot 10 + 4 \cdot 12 \cdot 20 + 7 \cdot 21 \cdot 35}$ .
23. Zapisz w najprostszej postaci liczbę  $\underbrace{66\dots6}_{100 \text{ cyfr}} \cdot \underbrace{33\dots3}_{100 \text{ cyfr}}$  i oblicz sumę jej cyfr.
24. Czy zachodzi równość  $\frac{2 \cdot 2012}{1 + \frac{1}{1+2} + \frac{1}{1+2+3} + \dots + \frac{1}{1+2+3+\dots+2012}} = 2013$ ?
25. Uzasadnij, że liczba  $\left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2012}\right) \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 2012$  jest podzielna przez 2014.
26. Udowodnij, że liczba  $1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot \dots \cdot 2007 \cdot 2009 \cdot 2011 + 2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 8 \cdot \dots \cdot 2008 \cdot 2010 \cdot 2012$  jest podzielna przez 2013.

**Uwaga.** W przygotowaniach do I spotkania konkursowego można wykorzystać zbiory zadań - „Liga Zadaniowa” - str. 25, 26 i „Koło matematyczne w gimnazjum” - str. 47 - 51.

**Dodatkowe zadania przygotowawcze na etap wojewódzki** - „Koło matematyczne w gimnazjum” - zadania 56, 76, 89, 109, 234 i 256 oraz przykład 4 ze strony 46. Ponadto Prezent wakacyjny dla gimnazjum z roku 2013/14 zadania 20,18 i 15.