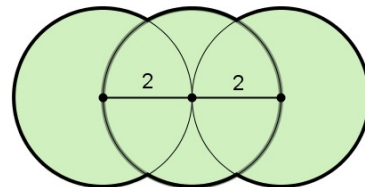


Liga Zadaniowa – konkurs przedmiotowy z matematyki
Województwo kujawsko-pomorskie

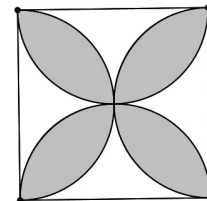
Klasa II gimnazjum – ETAP REJONOWY
II spotkanie konkursowe – 10 stycznia 2015 r.

Zadania konkursowe

1. Udowodnij, że liczba $5^{16} - 1$ jest podzielna przez 64.
2. Z trzech okręgów o jednakowych promieniach równych 2 dwa są styczne zewnętrznie, a trzeci ma środek w punkcie styczności (rysunek obok). Oblicz pole i obwód otrzymanego w ten sposób obszaru.



3. Uzasadnij, że dla każdej liczby x wartość wyrażenia $4x^2 - 12x + 14$ jest nie mniejsza niż 5.
4. Oblicz pole i obwód zacieniowanej figury (rysunek obok), jeżeli długość boku kwadratu jest równa 10, a łuki są półokręgami zbudowanymi na bokach tego kwadratu.
5. Doprowadź do najprostszej postaci wyrażenie



$$\frac{a^{-1} - b^{-1}}{a^{-2} + b^{-2}} : \frac{a^2 b^2}{(a+b)^2 - 2ab} \cdot \left(\frac{a^2 - b^2}{2ab} \right)^{-1},$$

następnie wyznacz jego wartość dla $a = \sqrt{5} - 2$, $b = 2 + \sqrt{5}$ i rozstrzygnij, czy jest ona większa niż $\left(-\frac{1}{2}\right)$.

6. Pewna liczba x ma taką własność, że $x + \frac{1}{x} = 3$. Nie wyznaczając liczby x oblicz $x^2 + \frac{1}{x^2}$ oraz $x^4 + \frac{1}{x^4}$.

Uwaga 1. Wszystkie odpowiedzi do zadań powinny być uzasadnione.

Uwaga 2. Czas trwania konkursu - 90 minut.

Uwaga 3. Nie można używać kalkulatorów.