

Liga Zadaniowa – konkurs przedmiotowy z matematyki
Województwo kujawsko-pomorskie

Klasa II gimnazjum – ETAP REJONOWY
III spotkanie konkursowe – 28 marca 2015 r.

Zadania konkursowe

1. Wyrażenie $\left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a} + 2\right) \cdot \left(\frac{a+b}{2a} - \frac{b}{a+b}\right) : \left[\left(a + 2b + \frac{b^2}{a}\right) \cdot \left(\frac{a}{a+b} + \frac{b}{a-b}\right)\right]$ doprowadź do najprostszej postaci, a następnie oblicz jego wartość dla $a = \sqrt{3} - 1$ i $b = 1 + \sqrt{3}$.

2. Udowodnić, że dla dowolnych liczb a , b , c prawdziwa jest nierówność

$$4a^2 + b^2 + 9c^2 \geq 2ab + 6ac + 3bc.$$

3. Czy liczba $\frac{\sqrt{\sqrt{3} + \sqrt{2}} - \sqrt{\sqrt{3} - \sqrt{2}}}{\sqrt{\sqrt{3} + \sqrt{2}} + \sqrt{\sqrt{3} - \sqrt{2}}} + \frac{1}{\sqrt{2}}$ jest większa od 1,1?

4. Wyznaczyć wszystkie równoległoboki, których trzy wierzchołki znajdują się w podanych punktach: (2, 1), (4, 6), (9, 4). Czy są wśród nich prostokąty lub romby?

5. W czworokącie wypukłym $ABCD$ wiadomo, że $|\angle DAB| = 90^\circ$, $|\angle DBC| = 90^\circ$ oraz $|DB| = 12$ i $|DC| = 15$. Wyznaczyć odległość między środkiem okręgu przechodzącego przez punkty D , A , B oraz środkiem okręgu przechodzącego przez punkty B , C , D .

6. W trapezie $ABCD$ długość podstawy AB jest równa 16, a długość podstawy CD jest równa 8. Obliczyć pole i obwód tego trapezu wiedząc, że przekątne trapezu są dwusiecznymi kątów DAB i ABC .

Uwaga 1. Wszystkie odpowiedzi do zadań powinny być uzasadnione.

Uwaga 2. Czas trwania konkursu - 90 minut.

Uwaga 3. Nie można używać kalkulatorów.