

Liga Zadaniowa – konkurs przedmiotowy z matematyki

Województwo kujawsko-pomorskie

Klasa II gimnazjum

11 kwietnia 2015 r. Etap wojewódzki

1. Motocyklista obliczył, że jadąc z prędkością $45 \frac{km}{h}$ dotrze na spotkanie o zaplanowanej porze. Po przebyciu $\frac{1}{3}$ drogi popsuł mu się motocykl i naprawa trwała $\frac{1}{4}$ godziny. Żeby przybyć na spotkanie o zaplanowanej porze, pozostałą część drogi musiał jechać z prędkością $60 \frac{km}{h}$. Jaką drogę, od startu do miejsca spotkania, przebył motocyklista?

2. Udowodnij, że dla dowolnych liczb dodatnich a i b zachodzi nierówność

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \geq \frac{4}{a+b}.$$

Rozstrzygnij, kiedy w nierówności tej zachodzi równość.

3. W trójkącie równobocznym ABC o boku długości 4 cm punkty K , L , M są odpowiednio środkami boków AB , BC , CA . Rysujemy trzy koła o środkach w punktach K , L , M i każde o promieniu równym 2 cm . Obliczyć pole i obwód części wspólnej tych trzech kół.
4. Która z liczb $\sqrt{17 - 12\sqrt{2}} + \sqrt{17 + 12\sqrt{2}}$ czy $\sqrt{20 + 8\sqrt{6}} - \sqrt{20 - 8\sqrt{6}}$ jest większa?
5. W prostokącie o bokach długości 5 cm i 10 cm poprowadzono dwusieczne kątów wewnętrznych tego prostokąta. Obliczyć pole i obwód czworokąta, którego wierzchołkami są punkty przecięcia poprowadzonych dwusiecznych.
6. W trójkącie prostokątnym środkowa poprowadzona z wierzchołka kąta prostego dzieli ten kąt w stosunku $1 : 2$. Oblicz pole i obwód tego trójkąta wiedząc, że długość rozważanej środkowej jest równa 8 cm . Oblicz promień okręgu opisanego i wpisanego w ten trójkąt.

Uwaga 1. Wszystkie odpowiedzi do zadań oraz kolejne etapy rozwiązań powinny być uzasadnione.

Uwaga 2. Czas trwania konkursu - 120 minut.

Uwaga 3. Nie można używać kalkulatorów.

Życzymy powodzenia!