

Liga Zadaniowa - konkurs przedmiotowy z matematyki
Województwo kujawsko - pomorskie

Klasa I gimnazjum

Zadania przygotowawcze na I spotkanie etapu rejonowego
w dniu 14.11.2015 r.

Tematyka:

1. Działania na liczbach wymiernych.
2. Podzielność liczb naturalnych i całkowitych.
3. Proste obliczenia procentowe.
4. Graniastoslupy.

1. Ile jest liczb całkowitych dodatnich mniejszych niż 2015, które są podzielne przez 3 lub przez 7?
2. Oblicz:
$$\frac{(6,75 - 4,5 \cdot 1\frac{2}{3}) \cdot 0,6}{[6\frac{2}{3} \cdot 0,15 - (0,25 - \frac{11}{12})] : 2\frac{2}{3}}$$
3. Znajdź rozwinięcie dziesiętne liczby $\frac{6}{13}$. Rozstrzygnij, których cyfr, parzystych czy nieparzystych, jest więcej wśród występujących po przecinku pierwszych 2014 cyfr tego rozwinięcia.
4. Ile różnych dzielników całkowitych dodatnich ma liczba $n = 15 \cdot 11 \cdot 20 \cdot 14$?
5. Większe z dwóch prostopadłościennych pudełek ma krawędzie długości 20 cm, 30 cm i 50 cm. Każda z krawędzi mniejszego pudełka jest krótsza o 5 cm od odpowiedniej krawędzi pudełka większego.
 - a) Czy objętość małego pudełka stanowi co najmniej 60% objętości dużego pudełka?
 - b) O ile procent pole powierzchni mniejszego pudełka jest mniejsze od pola powierzchni większego pudełka?
6. Rozważamy liczby czterocyfrowe, w których zapisie nie występuje 0, a suma cyfr jest równa 8. Ile jest wśród nich liczb podzielnych przez 4?
7. Wyznacz liczbę wszystkich dzielników liczby $3^7 + 5^2 \cdot 3^5 + 45 \cdot 3^3$.
8. Po skróceniu ułamka
$$\frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 29 \cdot 30}{7 \cdot 3^{17} + 5 \cdot 3^{16} + 4 \cdot 3^{15}}$$
 otrzymano ułamek nieskracalny. Jaki jest mianownik tego nieskracalnego ułamka?
9. Z cyfr 2, 4 i 6 tworzymy wszystkie możliwe liczby czterocyfrowe, przy czym wśród nich mogą się pojawić także liczby, w których zapisie powtarza się tylko jedna cyfra oraz takie liczby, które daje się zapisać przy pomocy tylko dwóch różnych cyfr. Ile liczb podzielnych przez 12 znajduje się w tym zbiorze liczb? Wypisz je.
10. Wskaż wszystkie liczby naturalne czterocyfrowe, które są podzielne przez 4, a iloczyn ich cyfr jest równy 24.
11. Reszta z dzielenia przez 7 liczby a jest równa 3, reszta z dzielenia przez 7 liczby b jest równa 6. Jaka jest reszta z dzielenia przez 7 (a) liczby a^2 ? (b) iloczynu liczb a i b ? (c) liczby $2a^2 + 3ab$?
12. Dla jakich cyfr a i b liczba $\overline{64a1123b}$ jest podzielna przez 12?

13. Liczba naturalna nazywa się żółtą, jeśli zapisana jest przy pomocy różnych cyfr i iloczyn tych cyfr równy jest 2520. Podaj kilka przykładów takich liczb. Wyznacz największą i najmniejszą żółtą liczbę naturalną.
14. Ile jest liczb naturalnych mniejszych od 2015, z których
 a) każda jest podzielna przez 3 i przez 7? b) każda jest podzielna przez 3 i niepodzielna przez 7?
 c) każda jest podzielna przez 3 lub przez 7? d) żadna nie jest podzielna ani przez 3 ani przez 7?
15. Wyznacz wszystkie liczby pięciocyfrowe $\overline{abcde}$, które są podzielne przez 36 i dla których $a < b < c < d < e$.
16. Dane są dwie różne cyfry, z których żadna nie jest zerem. Wykaż, że suma wszystkich liczb dwucyfrowych, które można zapisać przy pomocy tych cyfr, jest podzielna przez 22.
17. Pewna liczba przy dzieleniu przez 3 daje resztę 2, a przy dzieleniu przez 5 daje resztę 3. Jaka resztę otrzymamy dzieląc tę liczbę przez 15?
18. Każdą z podanych liczb wymiernych, zapisanych przy pomocy nieskończonego rozwinięcia dziesiętnego, zapisz w postaci ułamka zwykłego: a) $0,7(3)$, b) $0,(134)$, c) $0,22(13)$, d) $0,(2002)$, e) $0,123(114)$.
19. Oblicz: a) $\frac{7,25 + 2,25 \cdot 5,(4) + 2,55 : 10,2}{(21 - 1,25) : 2,5}$ b) $\frac{0,5 + \frac{1}{4} + 0,1(6) + 0,125}{0,(3) + 0,4 + \frac{14}{15}} + \frac{(3,75 - 0,625) \cdot \frac{48}{125}}{12,8 \cdot 0,25}$
 c) $\frac{0,5 : 1\frac{1}{4} + 1,4 : 1\frac{4}{7} - 0,(27) \cdot 3}{1,75 : 18,(3)}$ d) $\frac{\left((0,6)^2 + \frac{\frac{3}{5} \cdot 22}{0,9 - \frac{2}{5}}\right) \cdot 0,(2013)}{1,6 - \frac{14 + \frac{4}{5}}{2}} - (1 - 0,08 : 0,101)$
20. Czy liczba $\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{98 \cdot 99} + \frac{1}{99 \cdot 100}$ jest większa od $\frac{98}{99}$?
21. Oblicz a) $\frac{985 \cdot 654654}{327 \cdot 137137 + 137 \cdot 327327}$, b) $\left(1 + \frac{2}{3}\right) \cdot \left(1 + \frac{2}{5}\right) \cdot \dots \cdot \left(1 + \frac{2}{2015}\right)$.
22. Woda stanowi 84% wagi spragnionego wielbłąda Kubusia. Jeśli ten wielbłąd się napije, jego waga wynosi 800 kg, a woda stanowi 85% jego wagi. Jaka jest waga spragnionego wielbłąda Kubusia?
23. Połowa pasażerów, którzy wsiedli do tramwaju na przystanku początkowym, zajęła miejsca siedzące. Na pierwszym przystanku liczba pasażerów zwiększyła się o 8%. Ilu pasażerów wsiadło do tramwaju na przystanku początkowym, jeśli wiadomo, że w tramwaju mieści się co najwyżej 70 osób?
24. Buty kosztujące 100 zł przeceniono o 20%. Po miesiącu, w związku z sezonową obniżką, wszystkie ceny zmniejszono o 20%, a po kolejnym miesiącu dokonano następnej przeceny i wtedy buty kosztowały 60 zł. O ile procent obniżono cenę za trzecim razem?
25. Liczba x jest większa od liczby y o 20%. O ile procent liczba y jest mniejsza od liczby x ?
26. Mydło w kształcie prostopadłościanu po pewnym czasie zmniejszyło swoje wymiary do połowy. O ile procent objętość mydła zmniejszyła się po zmydleniu?
27. Połowa zadań to zadania trudne, połowa zadań to zadania nudne. Ile procent zadań trudnych stanowią zadania nudne, jeśli wiadomo, że co trzecie z zadań nudnych jest trudne?

Uwaga. Dodatkowe zadania przygotowawcze można znaleźć w książkach:

Liga Zadaniowa, str.15-18 (zad. 84-105, zad. 114-135), str. 25-29 (zad. 1-51), str. 54-58 (zad. 157-198);

Koło matematyczne w szkole podstawowej, str.121-131, 173-174;

Koło matematyczne w gimnazjum, rozdział: Liczby, Podzielność liczb, Procenty.