

Tematyka:

1. Obliczanie pól wielokątów.
2. Układ współrzędnych.
3. Działania na wyrażeniach algebraicznych.
4. Kąty wierzchołkowe, naprzemianległe, przyległe, odpowiadające.
5. Kąty wewnętrzne i zewnętrzne różnych wielokątów.

1. Z czworokąta $ABCD$ o wierzchołkach $A = (-6, 0)$, $B = (0, -7)$, $C = (6, 0)$, $D = (0, 7)$ wycięto czworokąt $PRST$ o wierzchołkach $P = (-3, 1)$, $R = (-1, -3)$, $S = (3, -1)$, $T = (1, 3)$. Ile razy pole otrzymanej w ten sposób figury jest większe od pola wyciętego czworokąta?

$-2x+3y$		
	$4x-y$	
$-x+5y$		

2. Uzupełnij kwadrat magiczny

3. Trójkąt ABC jest równoramienny, przy czym $|AC| = |BC|$. Punkt D należy do ramienia BC . Kąt BAD ma miarę dwa razy mniejszą od miary kąta DAC . Wiadomo także, że odcinki AD i DC są tej samej długości. Oblicz miary kątów wewnętrznych trójkąta ABC .

4. Punkty $A = (-1, 4)$ i $B = (-1, -2)$ są wierzchołkami trójkąta ABC , którego pole jest równe 18. Znajdź współrzędne punktu C wiedząc, że trójkąt ten jest równoramienny. Rozważ wszystkie możliwe przypadki.

5. Czworokąt $ABCD$ ma kąty wewnętrzne o miarach: $|\sphericalangle A| = 90^\circ$, $|\sphericalangle B| = 50^\circ$, $|\sphericalangle C| = 90^\circ$. Dwusieczne sąsiadnych kątów **zewnętrznych** przecinają się w punktach K , L , M , i N . Oblicz miary kątów **wewnętrznych** czworokąta $KLMN$. Jakim czworokątem jest $KLMN$?

6. Równoległobok $ABCD$ ma pole równe S . Punkt E należy do boku AB i $\frac{|AE|}{|EB|} = \frac{1}{3}$. Punkt F należy do boku BC i $\frac{|CF|}{|FB|} = \frac{1}{4}$. Oblicz pole trójkąta DEF .

7. Miary zewnętrznych kątów trójkąta pozostają w proporcji 4:3:2. Znajdź miarę kąta między dwusiecznymi wychodzącymi z wierzchołków mniejszych kątów wewnętrznych tego trójkąta.

8. Dane są punkty o współrzędnych $(-4, -2)$, $(3, -2)$ i $(-1, 4)$. Wyznacz wszystkie równoległoboki, których wierzchołki znajdują się w podanych punktach i podaj współrzędne ich wierzchołków. Który z tych równoległoboków ma największe pole?

9. Dany jest równoległobok $ABCD$. Na przekątnej AC wybrano punkt X różny od punktu przecięcia przekątnych. Przez punkt X poprowadzono prostą m równoległą do boku AB , przecinającą bok AD w punkcie M i bok BC w punkcie N , oraz prostą n równoległą do boku AD , przecinającą bok AB w punkcie P i bok DC w punkcie Q . Uzasadnij, że czworokąty $MXQD$ i $PBNX$ mają równe pola.

10. Obwód prostokąta jest równy 220. Dwusieczna jednego z kątów wewnętrznych dzieli dłuższy bok prostokąta w stosunku 3:4. Oblicz długości boków prostokąta oraz iloraz pól figur, na które rozcięła prostokąt wspomniana dwusieczna. Rozpatrz wszystkie przypadki.

11. W trójkącie ABC punkt A_1 jest środkiem odcinka BC , punkt C_1 jest środkiem odcinka AB , punkt A_2 jest środkiem odcinka A_1B , punkt C_2 jest środkiem odcinka C_1B , punkt A_3 jest środkiem odcinka A_2B . Pole trójkąta C_2BA_3 jest równe P . Oblicz pole trójkąta ABC .

12. Wiedząc, że $\frac{a}{5a+b} = \frac{1}{2015}$, oblicz $\frac{10b}{19b+2010a}$.

13. Punkt E należy do boku AB równoległoboku $ABCD$ i nie jest wierzchołkiem tego równoległoboku. Prosta DE przecina przekątną AC w punkcie X . Uzasadnij, że pola trójkątów AXD i EXC są równe.
14. Oblicz pole czworokąta $ABCD$ mając dane współrzędne punktów $A = (-3, -6)$, $B = (7, -4)$, $C = (1, 1)$, $D = (-1, 7)$.
15. W czworokącie $ABCD$ kąty przy wierzchołkach A i B są proste. Jaki jest stosunek pól trójkątów ADB i ACB , jeśli wiadomo, że pole czworokąta $ABCD$ jest trzykrotnie większe niż pole trójkąta ACB ?
16. W trapezie równoramiennym $ABCD$ o podstawach AB i CD mamy $|BC| = |CD| = |DA|$ i przekątna AC jest prostopadła do boku BC . Oblicz miary kątów tego trapezu.
17. Dany jest równoległobok $ABCD$. Dwusieczne kątów zewnętrznych tego równoległoboku przecinają się w punktach E , F , G i H . Uzasadnij, że E , F , G i H są wierzchołkami prostokąta.
18. Ile jest różnych trójkątów prostokątnych o polu 2020, których przyprostokątne mają długości będące liczbami naturalnymi?

Uwaga. Dodatkowe zadania przygotowawcze można znaleźć w książkach:

Liga Zadaniowa, str.69-73 (zad.1-29, 34, 36, 45, 46, 48) i str.76-90; (zad. 84, 101, 107, 125, 126, 128-132, 141, 160, 163, 168,169, 172-178, 182, 183, 186-188);

Koło matematyczne w szkole podstawowej, str.145-166;

Koło matematyczne w gimnazjum, rozdziały: Kąty, Pola i obwody.