

Liga Zadaniowa - konkurs przedmiotowy z matematyki
Województwo kujawsko - pomorskie

Zadania przygotowawcze na III spotkanie konkursowe w dniu 2 kwietnia 2016 r.

Tematyka: 1. Zadania logiczne.

2. Proste równania i nierówności prowadzące do zadań tekstowych.

3. Układ współrzędnych - figury geometryczne.

1. Janek jest o 3 lata młodszy od swego brata Maćka. Maciek ma obecnie cztery razy tyle lat, ile miał Janek wtedy, kiedy Maciek miał tyle lat, ile teraz ma Janek. Ile lat ma każdy z chłopców?
2. Z równości $\frac{a}{\frac{2}{3}a + \frac{1}{3}b} = \frac{c}{b}$ wyznacz zmienną b , następnie oblicz wartość wyrażenia $\frac{b}{a \cdot c}$ dla $a = 0,12$ i $c = -\frac{3}{7}$.
3. Znajdź wszystkie liczby całkowite podzielne przez 3 o następujących własnościach:
 - (1) pomniejszenie szukanej liczby o 3 oznacza pomniejszenie jej o więcej niż 2,5%;
 - (2) powiększenie szukanej liczby o 9 oznacza powiększenie jej o o mniej niż 8%.
4. Dany jest czworokąt $ABCD$ o wierzchołkach $A(-25, -30)$, $B(50, 0)$, $C(65, 40)$ i $D(0, 15)$. Przekątna AC dzieli czworokąt na dwa trójkąty: ABC i ADC . Oblicz iloraz długości wysokości h_B i h_D poprowadzonych w tych trójkątach z wierzchołków B i D do podstawy AC .
5. Braciszek odbiegł od swej starszej siostry o 30 swoich kroków. Siostra próbuje dogonić brata, ale chłopiec nadal ucieka. Siostra, wykonując cztery swoje kroki, pokonuje taką samą odległość jak jej braciszek stawiając dziewięć swoich kroków. W ciągu tego samego czasu siostra wykonuje siedem kroków, a braciszek aż dwanaście. Ile kroków wykona jeszcze braciszek zanim siostra go dogoni?
6. Wuj zapisał w testamencie trzem siostrzeńcom oraz ich żonom 100000 zł. Żony w sumie otrzymały 39600 zł. Janina otrzymała o 1000 zł więcej od Katarzyny, Maria zaś o 1000 zł więcej od Janiny. Andrzej otrzymał tyle samo, co żona, Wojtek półtora raza tyle co żona, a Paweł dwa razy tyle co żona. Ustal o jakich trzech parach małżeńskich jest mowa w zadaniu i jaki spadek otrzymała każda z nich.
7. Świeże jabłka zawierają 92% wody, suszone jabłka tylko 15%. Z ilu kilogramów świeżych jabłek uzyskamy 4 kg jabłek suszonych?
8. Od poniedziałku do środy Tomek zawsze kłamie, a w pozostałe dni tygodnia zawsze mówi prawdę. Pewnego dnia Tomek spotkał Tosię i powiedział: (1) *Przedwczoraj mówiłem prawdę.* (2) *Jutro będę kłamał i pojutrze też będę kłamał.* Ile jest dni tygodnia, w których mogło nastąpić spotkanie Tomka i Tosi? Jakie to dni tygodnia?
9. Punkty $A = (-2, -2)$ i $B = (6, -2)$ są wierzchołkami trapezu $ABCD$, w którym podstawa CD jest dwa razy krótsza od podstawy AB , kąty przy wierzchołkach A i B są ostre, a pole trapezu jest równe 24. Wiadomo też, że współrzędne wierzchołków C i D są liczbami całkowitymi. Ile istnieje różnych par punktów C i D , które wraz z punktami A i B tworzą wierzchołki trapezu $ABCD$ o podanych własnościach. Podaj współrzędne punktów C i D w każdym z przypadków.
10. Średni wiek trójki dzieci i ich ojca wynosi 21 lat i jest o 1 rok większy od średniego wieku tej trójki dzieci i ich matki. O ile lat ojciec jest starszy od matki?

11. Każdy z trzech chłopców ma pewną liczbę monet. Pierwszy dał pozostałym tyle monet, ile każdy z nich posiadał. Następnie drugi, a potem trzeci z nich postąpił tak samo, tzn. dał dwóm pozostałym tyle monet, ile każdy z nich miał aktualnie. W rezultacie okazało się, że na końcu mieli po 8 monet. Ile monet posiadał każdy z chłopców na początku?
12. Dla jakich wartości a z odcinków o długościach $3a + 3$, $4a + 1$ i $6a + 1$ można utworzyć trójkąt równoramienny?
13. Mały dźwig przeładowuje określoną ilość towaru w ciągu 10 godzin, średni dźwig wykonuje tę samą pracę w ciągu 8 godzin, a duży dźwig - w ciągu 4 godzin. Czy opłaca się w celu skrócenia czasu pracy zastąpić jednoczesną pracę małego i średniego dźwigu przez pracę dużego dźwigu?
14. Piotr wyszedł z domu mając w kieszeni pewną liczbę złotych i pięciozłotówek, w sumie kwotę większą od 140 zł i mniejszą od 150 zł. Wydał trzecią część posiadanej gotówki. Pozostało mu tyle złotych, ile miał pięciozłotówek, i tyle pięciozłotówek, ile przedtem miał złotych. Ile miał złotych i pięciozłotówek, gdy wychodził z domu?
15. Lis jest oddalony od psa o 60 swoich skoków. Trzy susy psa to siedem skoków lisa. W ciągu tego samego czasu pies wykonuje 6 susów, a lis 9 skoków. Po ilu susach pies dogoni lisa?
16. Zmniejszając pewną liczbę naturalną o 1, zmniejszamy ją o więcej niż 16,5%. Powiększając tę liczbę o 2 powiększamy ją o mniej niż 33,5%. Wyznacz tę liczbę.
17. Wśród dziewięciu monet jednakowych z wyglądu jedna jest fałszywa, tzn. ma inną wagę niż pozostałe. Przy pomocy ilu ważeń na wadze szalkowej potrafisz wykryć tę monetę?

Uwaga. Dodatkowe zadania przygotowawcze można znaleźć w książkach:

Liga Zadaniowa, str. 46 - 68, str. 82 - 88;

Koło matematyczne w szkole podstawowej, rozdziały: Logika, Równania;

Koło matematyczne w gimnazjum, rozdziały: Równania i nierówności (zad. 232, 234, 238, 244, 247 - 254), Procenty, Zadania logiczne.