

Klasa II gimnazjum

1. Udowodnić, że dla dowolnych liczb a i b $\sqrt{a^2 + b^2} > \sqrt[3]{a^3 + b^3}$.

-

3. Punkt E należy do przekątnej AC czworokąta $ABCD$. Wiadomo, że $|\sphericalangle ABC| = 90^\circ$, $|\sphericalangle ADC| = 90^\circ$, $|\sphericalangle AED| = 90^\circ$ oraz $|DE| = 24$, $|DC| = 30$ i $|BC| = 14$. Oblicz długość odcinka AB .

4. Rozwiąż w liczbach całkowitych równanie $4(x-1)x(x+1) = 2016$.

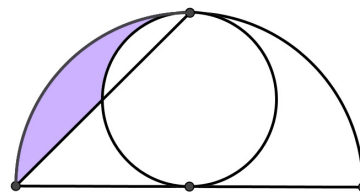
5. Znajdź wszystkie liczby czterocyfrowe, których iloczyn cyfr jest równy 2016.

- $$\begin{array}{r}
 \begin{array}{ccccccc}
 & & & S & I & X \\
 & & & \times & T & W & O \\
 \hline
 6. \text{ Rozszyfruj} & & & & & & \\
 & & K & \square & \square & \square \\
 & O & \square & \square & X & \square \\
 + & \square & \square & \square & & & \\
 \hline
 & T & W & E & L & V & E
 \end{array}
 \end{array}$$

7. Odcinki AB i CD są podstawami trapezu $ABCD$. Na boku AD znajdują się punkty E i F , a na boku BC punkty G i H , przy czym odcinki EG i FH są równoległe do podstaw. Wiadomo też, że odcinki EG i FH rozcinają trapez na trzy trapezy o równych polach. W jakim stosunku punkty E i G dzielą bok AD ?

8. W półkole wpisano okrąg, a następnie jeden z punktów styczności połączono z końcem średnicy półkola (patrz rysunek). Oblicz pole zacieniowanego obszaru.

9. Rozwiąż w liczbach całkowitych równanie

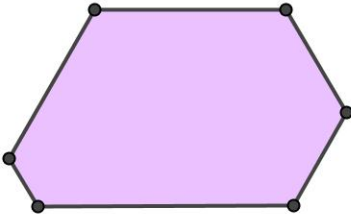


$$\frac{2}{2x-1} - \frac{1}{x} = \frac{1}{2016}.$$

10. Znajdź wszystkie trójki x, y, z liczb naturalnych takie, że $x + y = \frac{z}{2}$ i $xyz = 2016$.

11. Rozwiąż w liczbach całkowitych równanie $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{ab} = \frac{1}{21}$.

12. Ile jest liczb pięciocyfrowych, do których zapisu użyto tylko cyfr 2, 4 lub 6, których cyfry tworzą ciąg niemalejący i są podzielne przez 3? Ile wśród nich jest liczb podzielnych przez 9? Ile przez 12?

13. Suma pewnej liczby liczb jest równa 1. Czy suma kwadratów tych liczb może być mniejsza od $\frac{1}{100}$?
14. Porównaj liczby 2^{2016} , 10^{594} i 2016^{180} .
15. Sześciokąt pokazany na rysunku obok utworzony został z trójkąta równobocznego poprzez odcięcie od jego narożników małych trójkątów równobocznych o bokach długości 1, 2 i 3. Stosunek obwodu sześciokąta do obwodu wyjściowego trójkąta równobocznego jest równy 5 : 7. Jaki jest stosunek pola sześciokąta do pola wyjściowego trójkąta równobocznego?
- 
16. Punkt M jest środkiem boku AB prostokąta $ABCD$, w którym $|AB| : |AD| = 2 : 1$. Wybieramy punkt X tak, aby trójkąt MDX był równoboczny oraz tak, aby punkty A i X leżały po przeciwnych stronach prostej MD . Oblicz miarę kąta XCD .
17. Ile jest liczb czterocyfrowych o nieparzystych cyfrach, które są wielokrotnościami liczby 9?

*Serdecznie zapraszamy
na uroczyste podsumowanie Ligi Zadaniowej
w roku szkolnym 2015/2016!*