

Liga Zadaniowa-konkurs przedmiotowy z matematyki

Województwo kujawsko-pomorskie Klasa VI szkoły podstawowej

Zadania przygotowawcze na II spotkanie etapu rejonowego w dniu 09.01.2016 r.

Tematyka: 1. Potęga o wykładniku naturalnym.
2. Działania na liczbach wymiernych.
3. Podzielność liczb całkowitych.

1. Uzupełnij kwadraty magiczne:

a)	<table><tr><td>3</td><td></td><td></td></tr><tr><td>-2</td><td>.</td><td></td></tr><tr><td>-4</td><td></td><td></td></tr></table>	3			-2	.		-4			b)	<table><tr><td>4</td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td>-3^2</td><td></td></tr><tr><td>$(-2)^2$</td><td></td><td></td></tr></table>	4				-3^2		$(-2)^2$		
3																					
-2	.																				
-4																					
4																					
	-3^2																				
$(-2)^2$																					

2. 1 stycznia 2015 roku o godzinie 12:00 w południe pewien spóźniający się zegar (mierzący czas w skali 24 godzin) wskazywał godzinę 11:48, a o godzinie 18:00 pokazał 17:30. Kiedy zegar wskazywał w tym dniu prawidłową godzinę? Podaj najbliższy dzień, w którym nasz zegar wskaże ponownie właściwą godzinę (w skali 24-godzinnej).

3. Czy różnica między największą i najmniejszą z liczb czterocyfrowych podzielnych przez 36 jest podzielna przez 4?

4. Wyznacz wszystkie liczby siedmiocyfrowe podzielne przez 12, w zapisie których występują tylko cyfry 5 i 4.

5. Dane są ułamki $\frac{35}{369}$ i $\frac{28}{297}$. Znajdź liczbę naturalną różną od zera, która przy dzieleniu przez każdy z danych ułamków daje liczbę naturalną, a następnie podaj najmniejszą taką liczbę naturalną.

6. Znajdź liczbę trzycyfrową, która ma następujące własności. Jeśli od tej liczby odejmiemy 7, to różnica ta będzie podzielna przez 7. Jeżeli od szukanej liczby odejmiemy 8, to różnica będzie podzielna przez 8. Jeżeli od szukanej liczby odejmiemy 9, to różnica będzie podzielna przez 9.

7. Pewna liczba całkowita przy dzieleniu przez 3 daje resztę 1, zaś przy dzieleniu przez 4 daje resztę 3. Jaką resztę daje ta liczba przy dzieleniu przez 12?

8. Czy istnieje liczba, przez którą można skrócić ułamek $\frac{2145}{14014}$, aby po skróceniu licznik miał tyle samo cyfr co mianownik?

9. Wstaw w miejsce Δ w wyrażeniu $\frac{1}{\Delta} \cdot \Delta + \frac{1}{\Delta} \cdot \Delta + \frac{1}{\Delta} \cdot \Delta$

odpowiednie liczby mając do dyspozycji trzy trójki, dwie dwójki i jedną jedynkę tak, aby wartość otrzymanego wyrażenia była liczbą całkowitą. Podaj trzy różne rozwiązania.

Uwaga: Jeżeli dwie sumy różnią się tylko kolejnością składników, to uznajemy je za to samo rozwiązanie.

10. Wyznacz wszystkie liczby pięciocyfrowe $\overline{abcde}$, które są podzielne przez 24 i dla których $a < b < c < d < e$.

11. Wyznacz cyfrę jedności każdej z liczb: 2^{103} , 3^{205} , 17^{47} , 84^{105} .

12. Znajdź wszystkie liczby naturalne o cyfrach parzystych, mniejsze od 500 i podzielne przez 9.

13. Pani Krystyna hoduje psy. Ma ich tyle, że gdy dodaje do siebie liczbę psich ogonków, uszu i łapek, to otrzymuje ponad 100. Gdy zaś zsumuje tylko liczbę ogonków i liczbę łap, to otrzymuje mniej niż 80. Ile psów ma Pani Krystyna?

14. Oblicz wartość wyrażenia $5\frac{2}{2011} \cdot 2\frac{2012}{2013} - 3\frac{1}{2011} \cdot 1\frac{2012}{2013} - 2\frac{1}{2011} \cdot 3\frac{2012}{2013}$.

15. Umieść znaki działań i nawiasy tak, aby $\frac{1}{2} \frac{1}{6} \frac{1}{6009} = 2003$.

16. Ustaw w porządku rosnącym liczby: 2^{45} , 3^{36} , 4^{27} , 5^{18} .

17. Ile dzielników ma liczba $49 \cdot 27$?

18. W tabeli obok podane są liczby punktów, które można otrzymać za utworzenie liczby sześciocyfrowej niepodzielnej odpowiednio przez 2, 3, 4, 5, 6, 9. Otrzymane punkty sumujemy. Jaką cyfrę należy wpisać w puste pole poniższego diagramu, tak aby za utworzoną liczbę sześciocyfrową otrzymać w sumie jak najwięcej punktów? Podaj wszystkie takie cyfry.

6	0	0	0		6
---	---	---	---	--	---

Otrzymana liczba nie jest podzielna przez	Liczba punktów
2	2
3	3
4	4
5	5
6	6
9	9

19. Wyznacz wszystkie liczby dwucyfrowe mające największą liczbę dzielników.

20. Ile jest liczb naturalnych mniejszych niż 2020, które nie są podzielne ani przez 4 ani przez 5?

21. Która z liczb jest większa $\left(1 - \frac{2}{3}\right)\left(1 - \frac{2}{5}\right)\left(1 - \frac{2}{7}\right) \dots \left(1 - \frac{2}{2009}\right)\left(1 - \frac{2}{2011}\right)$ czy $\frac{1}{2^{11}}$?

22. Wyznacz wszystkie liczby siedmiocyfrowe podzielne przez 12, w zapisie których występują tylko cyfry 5 i 4.

23. Uzasadnij, że iloczyn cyfr każdej liczby trzycyfrowej jest zawsze mniejszy od tej liczby.

24. Smok ma 2012 głów. Rycerz może ściąć jednym cięciem 33 głowy lub 21 głów lub 17 głów lub 1 głowę. Smokowi odrasta odpowiednio 48, 0, 14 i 349 głów jednocześnie, tzn. jeśli rycerz zetnie 33 głowy, to smokowi odrósł 48 głów itd. Smok zostanie zabity, jeśli wszystkie głowy staną ścięte. Czy rycerz może zabić smoka? Odpowiedź uzasadnij.

25. W zapisie dziesiętnym liczby wystąpiły tylko 73 jedynek. Czy liczba ta dzieli się przez 111?

26. Wiadomo, że $p > q$. Która z liczb jest większa $\frac{p}{2} + \frac{q}{2}$ czy q ?

27. Podaj największą liczbę naturalną, która przy dzieleniu przez 7 daje iloraz równy reszcie.

Uwaga 1: Dodatkowe zadania przygotowawcze można znaleźć w książkach „Liga Zadaniowa”, str. 9-10, str. 15-18, str. 25-27, str. 32-33 str. 78-90, oraz „Koło Matematyczne w Szkole Podstawowej” str. 121 - 126, 126 - 132.

Uwaga 2: Dodatkowe zadania przygotowawcze na etap wojewódzki można znaleźć w książkach „Koło Matematyczne w Szkole Podstawowej”: zad. 355, zad. 356, zad. 397, zad. 400 oraz przykład 6, str. 122 i przykład 13, str. 130, „Liga Zadaniowa” str.28 zad.31 oraz zad.32.