

Liga Zadaniowa – konkurs przedmiotowy z matematyki
Województwo kujawsko-pomorskie

Klasa II gimnazjum

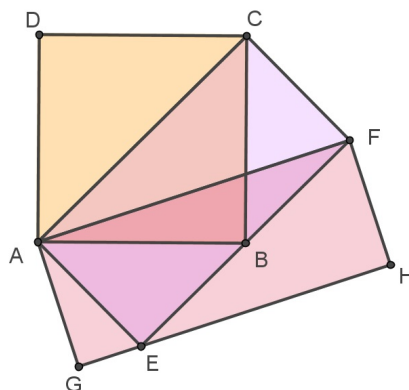
16 kwietnia 2016 r. Etap wojewódzki

1. Babcia ma więcej niż 90 lat, ale mniej niż 100 lat. Wnuczka ma więcej niż 20 lat, ale mniej niż 30 lat. Wiadomo również, że iloczyn ich lat jest równy trzeciej potęgze pewnej liczby naturalnej. Ile lat ma babcia i ile lat ma wnuczka?
2. Uzasadnij, że dla żadnej liczby rzeczywistej x wartość wyrażenia

$$2x^4 + 12x^3 + 18x^2 + 3$$

nie może być mniejsza niż 3.

3. Na rysunku obok przedstawiony jest kwadrat $ABCD$ o boku długości a , prostokąt $AEFC$ oraz prostokąt $AGHF$, gdzie B leży na odcinku EF oraz E leży na boku GH . Oblicz pole prostokąta $AGHF$.



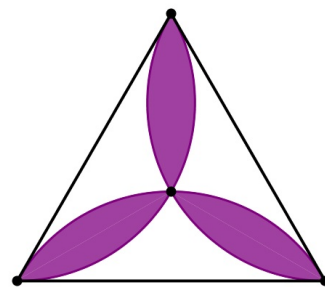
4. Doprowadź do najprostszej postaci wyrażenie

$$b \cdot \left(1 + \frac{ab - a}{a}\right) + \left[\left(\frac{a^2 + b^2}{b} - 2a\right) : \left(\frac{1}{b} - \frac{1}{a}\right)\right] \cdot \frac{a + b}{a},$$

a następnie oblicz jego wartość dla $a = 1 + \sqrt{3}$ i $b = \sqrt{3} - 1$.

5. W trapezie podstawy mają długości 1 i 4, a jedno z ramion ma długość $\sqrt{7}$. Przekątna trapezu jest prostopadła do tego ramienia. Oblicz pole i obwód trapezu.

6. W trójkącie równobocznym o boku długości 2 zatoczono okręgi, jak na rysunku. Oblicz pole zacieniowanej figury.



Uwaga 1. Wszystkie odpowiedzi do zadań oraz kolejne etapy rozwiązań powinny być uzasadnione.

Uwaga 2. Czas trwania konkursu - 120 minut.

Uwaga 3. Nie można używać kalkulatorów.