

Liga Zadaniowa - konkurs przedmiotowy z matematyki
Województwo kujawsko - pomorskie

Klasa I gimnazjum - ETAP REJONOWY

Zadania przygotowawcze na II spotkanie konkursowe w dniu 21.01.2017 r.

Tematyka:

- | | |
|---|---|
| 1. Obliczanie pól wielokątów. | 4. Kąty wierzchołkowe, naprzemianległe, |
| 2. Układ współrzędnych. | przyległe, odpowiadające. |
| 3. Działania na wyrażeniach algebraicznych. | 5. Kąty wewnętrzne i zewnętrzne różnych wielokątów. |

1. Uzupełnij kwadrat magiczny

		2a-b
-5a	-4a+3b	

2. Pięciokąt $ABCDE$ ma wierzchołki o współrzędnych: $A = (0, -5)$, $B = (11, 8)$, $C = (0, 7)$, $D = (-8, -4)$, $E = (-6, -8)$. Porównaj pola trójkąta ABC i czworokąta $CDEA$.
3. Punkt E należy do boku AB równoległoboku $ABCD$ i nie jest wierzchołkiem tego równoległoboku. Prosta DE przecina przekątną AC w punkcie X . Uzasadnij, że pola trójkątów AXD i EXC są równe.
4. Miary kątów wewnętrznych trójkąta ABC pozostają w stosunku $10 : 6 : 4$. Dwieścienne mniejszych kątów wewnętrznych B i C przecinają się w punkcie P . Dwieścienne kąta B przecina bok AC w punkcie B_1 , dwieścienne kąta C przecina bok AB w punkcie C_1 . Oblicz miary wszystkich kątów wewnętrznych czworokąta AC_1PB_1 .
5. Dany jest trapez równoramienny $ABCD$ o kącie przy dłuższej podstawie α . Dwieścienne sąsiednich kątów **zewewnętrznych** przecinają się w punktach K, L, M, N . Oblicz miary kątów **wewnętrznych** czworokąta o wierzchołkach w punktach K, L, M, N . Jakim czworokątem jest czworokąt o wierzchołkach K, L, M, N ?
6. W trójkącie ABC punkt C_1 jest środkiem boku AB , punkt A_1 środkiem boku BC , punkt X jest środkiem odcinka CC_1 , punkt Y jest środkiem odcinka C_1A_1 . Punkt Z należy do odcinka XA_1 , przy czym $|A_1Z| = 2 \cdot |ZX|$. Pole trójkąta XYZ jest równe S . Wyznacz pole trójkąta ABC .
7. Uzupełnij kwadraty magiczne

$-2, 1x^2+3, 4x$		
$-0, 3x^2+2, 8x$	$4, 5x^2-2x$	

$\frac{1}{3}x + \frac{1}{2}y$		$-\frac{1}{2}x + \frac{3}{8}$
	$-x - \frac{1}{4}y$	

8. Dla liczb a i b określamy operacje: $a \triangle b = a + b - 4$ oraz $a \square b = 3a + 4b$.
- a) Oblicz: $32 \triangle 8$, $(-6) \triangle 11$, $13 \square 7$, $(-4) \square (-10)$, $(4 \square 11) \triangle (20 \square 13)$, $(-2) \square [(-3) \triangle (4 \square 5)]$.
- b) Rozwiąż równania: $4 \triangle x = 11$, $x \triangle x = 20$, $x \square 23 = 125$, $23 \square x = 125$, $x \square (2x) = 70$.
- c) Wykonaj operacje na wyrażeniach algebraicznych: $(2x - 3y) \triangle (-x + 5y)$,
 $(5x + 8y) \square (-3x + 2y)$, $((x \triangle x) \triangle x) \triangle x$, $((x \square x) \square x) \square x$, $[(x + 3y) \square x] \triangle (6x - y)$.
9. Trójkąt ABC jest równoramienny, przy czym $|AC| = |BC|$. Punkt D należy do ramienia BC . Kąt BAD ma miarę dwa razy mniejszą od miary kąta DAC . Wiadomo także, że odcinki AD i DC są tej samej długości. Oblicz miary kątów wewnętrznych trójkąta ABC .
10. Punkty $A = (-1, 4)$ i $B = (-1, -2)$ są wierzchołkami równoramiennego trójkąta ABC , którego pole jest równe 18. Znajdź współrzędne punktu C . Rozważ wszystkie możliwe przypadki.

11. Czworokąt $ABCD$ ma kąty wewnętrzne o miarach: $|\angle A| = 90^\circ$, $|\angle B| = 50^\circ$, $|\angle C| = 90^\circ$. Dwusieczne sąsiednich kątów **zewnątrznych** przecinają się w punktach K , L , M , i N . Oblicz miary kątów **wewnętrznych** czworokąta $KLMN$. Jakim czworokątem jest $KLMN$?
12. Równoległobok $ABCD$ ma pole równe S . Punkt E należy do boku AB i $\frac{|AE|}{|EB|} = \frac{1}{3}$. Punkt F należy do boku BC i $\frac{|CF|}{|FB|} = \frac{1}{4}$. Oblicz pole trójkąta DEF .
13. Miary zewnętrznych kątów trójkąta pozostają w proporcji 4:3:2. Znajdź miarę kąta między dwusiecznymi wychodzącymi z wierzchołków mniejszych kątów wewnętrznych tego trójkąta.
14. Dane są punkty o współrzędnych $(-4, -2)$, $(3, -2)$ i $(-1, 4)$. Wyznacz wszystkie równoległoboki, których wierzchołki znajdują się w podanych punktach i podaj współrzędne ich wierzchołków. Który z tych równoległoboków ma największe pole?
15. Dany jest równoległobok $ABCD$. Na przekątnej AC wybrano punkt X różny od punktu przecięcia przekątnych. Przez punkt X poprowadzono prostą m równoległą do boku AB , przecinającą bok AD w punkcie M i bok BC w punkcie N , oraz prostą n równoległą do boku AD , przecinającą bok AB w punkcie P i bok DC w punkcie Q . Uzasadnij, że czworokąty $MXQD$ i $PBNX$ mają równe pola.
16. Obwód prostokąta jest równy 220. Dwusieczna jednego z kątów wewnętrznych dzieli dłuższy bok prostokąta w stosunku 3:4. Oblicz długości boków prostokąta oraz iloraz pól figur, na które rozcięła prostokąt wspomniana dwusieczna. Rozpatrz wszystkie przypadki.
17. W trapezie równoramiennym $ABCD$ o podstawach AB i CD mamy $|BC| = |CD| = |DA|$ i przekątna AC jest prostopadła do boku BC . Oblicz miary kątów tego trapezu.

Uwaga. Dodatkowe zadania przygotowawcze można znaleźć w książkach:

Liga Zadaniowa, str.69-73 (zad.1-29, 34, 36, 39, 45, 46, 48) i str.76-90; (zad.84, 101, 107, 125, 126, 128-132, 141, 160, 163, 168, 169, 172-178, 182, 183, 186-188);

Koło matematyczne w szkole podstawowej, str.145-166;

Koło matematyczne w gimnazjum, rozdziały: Kąty, Pola i obwody.