

Liga Zadaniowa-konkurs przedmiotowy z matematyki
Województwo kujawsko-pomorskie
Klasa VI szkoły podstawowej

Zadania przygotowawcze na II spotkanie etapu rejonowego
w dniu 20 stycznia 2018

Tematyka: 1. Własności liczb.

2. Działania na liczbach wymiernych.

3. Podzielność liczb całkowitych.

1. Uzupełnij kwadraty magiczne:

	-10	-59
		-5

-2^2		$(-3)^2$
	-0,5	

-2	-5	4

$(-3)^3$		-3^2
	-12	

2. Wiek Bolka wyraża się liczbą dwucyfrową, która jest potęgą liczby 6 (potęgą o wykładniku naturalnym). Wiek Lolka wyraża się liczbą dwucyfrową, która jest potęgą liczby 2 (potęgą o wykładniku naturalnym). Łączna suma cyfr dwóch liczb wyrażających wiek Bolka i wiek Lolka jest nieparzysta. Ile jest równy iloczyn wszystkich cyfr obu tych liczb?

3. Ile jest liczb siedmiocyfrowych większych od 5 000 000 podzielnych przez 15, w których zapisie cyfra 0 występuje 5 razy, a pozostałe cyfry są parzyste i różne?

4. Dane są ułamki $\frac{44}{298}$ i $\frac{21}{369}$. Znajdź przykład liczby naturalnej różnej od zera, która przy dzieleniu przez każdy z podanych ułamków daje liczbę naturalną. Wskaż najmniejszą liczbę naturalną różną od zera o tej własności.

5. Zbyszek miał dzbanek soku. Z tego dzbanka odlał $\frac{2}{3}$ zawartości do słoika. Następnie $\frac{1}{8}$ zawartości słoika odlał do szklanki, $\frac{5}{8}$ zawartości słoika wypił, zaś resztę zawartości słoika przelał z powrotem do dzbanka. Jaki jest stosunek obecnej objętości soku w dzbanku do początkowej objętości soku w dzbanku?

6. Ile liczb naturalnych większych od 100 i jednocześnie mniejszych od 200 ma w rozkładzie na czynniki pierwsze jedynie tylko dwójki lub trójki?

7. Która z liczb jest większa $\left(1 - \frac{3}{5}\right)\left(1 - \frac{3}{8}\right)\left(1 - \frac{3}{11}\right) \dots \left(1 - \frac{3}{2015}\right)\left(1 - \frac{3}{2018}\right)$ czy $\frac{1}{2^{10}}$?

8. Ile jest liczb siedmiocyfrowych większych od 6 000 000 podzielnych przez 12, w których zapisie cyfra 0 występuje 5 razy, a pozostałe cyfry są nieparzyste i różne?

9. Wyznacz pierwszą cyfrę najmniejszej liczby naturalnej, której suma cyfr jest równa 2015 oraz wyznacz pierwszą cyfrę najmniejszej liczby naturalnej, której suma cyfr jest równa 2016.

10. Piotr wypisał na tablicy wszystkie liczby trzycyfrowe o następujących własnościach: w każdej liczbie wszystkie jej cyfry są różne, a pierwsza cyfra jest równa kwadratowi ilorazu drugiej cyfry przez trzecią cyfrę. Ile liczb wypisał Piotr?

11. 1 stycznia 2015 roku o godzinie 12:00 w południe pewien spóźniający się zegar (mierzący czas w skali 24 godzin) wskazywał godzinę 11:48, a o godzinie 18:00 pokazał 17:30. Kiedy zegar wskazywał w tym dniu prawidłową godzinę? Podaj najbliższy dzień, w którym nasz zegar wskaże ponownie właściwą godzinę (w skali 24-godzinnej).

12. Czy różnica między największą i najmniejszą z liczb czterocyfrowych podzielnych przez 36 jest podzielna przez 4?

13. Wyznacz wszystkie liczby siedmiocyfrowe podzielne przez 12, w zapisie których występują tylko cyfry 5 i 4.

14. Dane są ułamki $\frac{35}{369}$ i $\frac{28}{297}$. Znajdź liczbę naturalną różną od zera, która przy dzieleniu przez każdy z danych ułamków daje liczbę naturalną, a następnie podaj najmniejszą taką liczbę naturalną, różną od zera.

15. Znajdź liczbę trzycyfrową, która ma następujące własności. Jeśli od tej liczby odejmiemy 7, to różnica ta będzie podzielna przez 7. Jeżeli od szukanej liczby odejmiemy 8, to różnica będzie podzielna przez 8. Jeżeli od szukanej liczby odejmiemy 9, to różnica będzie podzielna przez 9.

16. Czy istnieje liczba, przez którą można skrócić ułamek $\frac{2145}{14014}$, tak aby po skróceniu licznik miał tyle samo cyfr co mianownik?

17. Wstaw w miejsce Δ w wyrażeniu $\frac{1}{\Delta} \cdot \Delta + \frac{1}{\Delta} \cdot \Delta + \frac{1}{\Delta} \cdot \Delta$ odpowiednie liczby mając do dyspozycji trzy trójki, dwie dwójki i jedną jedynkę tak, aby wartość otrzymanego wyrażenia była liczbą całkowitą. Podaj trzy różne rozwiązania.

Uwaga: Jeżeli dwie sumy różnią się tylko kolejnością składników, to uznajemy je za to samo rozwiązanie.

18. Wyznacz wszystkie liczby pięciocyfrowe \overline{abcde} , które są podzielne przez 24 i dla których $a < b < c < d < e$.

19. Wyznacz cyfrę jedności każdej z liczb: 2^{103} , 3^{205} , 17^{47} , 84^{105} .

20. Wyznacz cyfrę jedności liczby $2^{2016} + 3^{2017} + 5^{2018}$.

21. Znajdź wszystkie liczby naturalne o cyfrach parzystych, mniejsze od 500 i podzielne przez 9.

22. Pani Krystyna hoduje psy. Ma ich tyle, że gdy dodaje do siebie liczbę psich ogonków, uszu i łapek, to otrzymuje ponad 100. Gdy zaś zsumuje tylko liczbę ogonków i liczbę łap, to otrzymuje mniej niż 80. Ile psów ma Pani Krystyna?

23. Umieść znaki działań i nawiasy tak, aby $\frac{1}{2} \frac{1}{6} \frac{1}{6009} = 2003$.

24. Ile dzielników ma liczba $49 \cdot 27$?

25. W tabeli obok podane są liczby punktów, które można otrzymać za utworzenie liczby sześciocyfrowej niepodzielnej odpowiednio przez 2, 3, 4, 5, 6, 9. Otrzymane punkty sumujemy. Jaką cyfrę należy wpisać w puste pole poniższego diagramu, tak aby za utworzoną liczbę sześciocyfrową otrzymać w sumie jak najwięcej punktów? Podaj wszystkie takie cyfry.

6	0	0	0		6
---	---	---	---	--	---

Otrzymana liczba nie jest podzielna przez	Liczba punktów
2	2
3	3
4	4
5	5
6	6
9	9

26. Wyznacz wszystkie liczby dwucyfrowe mające największą liczbę dzielników.

27. Ile jest liczb naturalnych mniejszych niż 2020, które nie są podzielne ani przez 4 ani przez 5?

28. W zapisie liczby występują tylko 73 jedynki. Czy liczba ta dzieli się przez 111?

29. Wiadomo, że $p > q$. Która z liczb jest większa, $\frac{p}{2} + \frac{q}{2}$ czy q ?

30. W torebce jest mniej niż 100 cukierków. Ile ich jest, jeżeli wiadomo, że można je podzielić na 5 równych części, można je podzielić na 6 równych części, natomiast gdyby chcieć je podzielić na 7 równych części, to w jednej z nich będzie o 3 cukierki mniej niż w każdej z pozostałych.

31. Smok ma 2017 głów. Rycerz może ściąć jednym cięciem 33 głowy lub 21 głów lub 17 głów lub 1 głowę. Smokowi odrasta odpowiednio 48, 0, 14 i 349 głów jednocześnie, tzn. jeśli rycerz zetnie 33 głowy, to smokowi odrósłoby 48 głów itd. Smok zostanie zabity, jeśli wszystkie głowy staną ścięte. Czy rycerz może zabić smoka? Odpowiedź uzasadnij.

Uwaga: Uczniów klas V i VI szkół podstawowych zapraszamy na zajęcia Koła Matematycznego, które odbywają się na Wydziale Matematyki i Informatyki UMK, ul. Chopina 12/18 w soboty, od 10:00 do 12:00. Harmonogram zajęć można znaleźć na stronie <http://liga.mat.umk.pl>