Liga Zadaniowa – konkurs przedmiotowy z matematyki
Województwo kujawsko-pomorskie

Klasa VII szkoły podstawowej – ETAP REJONOWY
II spotkanie konkursowe – 20 stycznia 2018 r.

1. Przez jaką najmniejszą liczbę całkowitą dodatnią należy przemnożyć liczbę $n = 12 \cdot 20 \cdot 24$, aby otrzymać:

   (a) kwadrat liczby naturalnej, (b) sześcian liczby naturalnej?

   Wytłumacz wybór wskazanych przez siebie liczb.

2. Dla liczb a i b określamy operacje: $a \triangle b = 2a - 4b + 3$ oraz $a \square b = 3b - a$.

   Rozwiąż równanie: $(4x - 2) \triangle (3x - 1) = 4 \square [(-3) \triangle (-1)]$.

3. Obwód prostokąta jest równy 360 cm. Dwusieczna jednego z kątów wewnętrznych dzieli dłuższy bok prostokąta w stosunku 2:5. Oblicz długości boków prostokąta oraz iloraz pól figur, na które dwusieczna ta rozcięła prostokąt. Rozpatrz wszystkie przypadki.

4. W trójkącie ABC o miarach kątów wewnętrznych CAB, ABC, BCA pozostających (w podanej kolejności) w stosunku $2 : 3 : 4$ poprowadzono dwusieczne kątów wewnętrznych, które przecinają się w punkcie O. Dwusieczna kąta CAB przecina bok BC w punkcie A_1, dwusieczna kąta ABC przecina bok AC w punkcie B_1, dwusieczna kąta BCA przecina bok AB w punkcie C_1.

   W ten sposób utworzono wiele różnych trójkątów, do których zaliczamy między innymi trójkąt AC_1C, trójkąt BA_1O, trójkąt ABC itd. Wskaż wśród wszystkich powstałych trójkątow:

   a) dwa rójkąty równoramienne,

   b) parę trójkątów, które mają taki sam zestaw miar kątów wewnętrznych.

5. Równoległobok $ABCD$ ma pole równe 60. Punkt E należy do boku AB i $\dfrac{|AE|}{|EB|} = \dfrac{1}{2}$.

   Punkt F należy do boku BC i $\dfrac{|CF|}{|FB|} = \dfrac{2}{3}$. Oblicz pole trójkąta DEF.

6. Oblicz $$\frac{\sqrt[4]{7 \cdot \sqrt[3]{27} + 15 \cdot \sqrt[3]{64}}}{\sqrt[3]{36 \cdot \sqrt[4]{48 \cdot 27}}} \cdot (2\sqrt{3})^2.$$

Uwaga. Wszystkie odpowiedzi do zadań powinny być uzasadnione.
Uwaga. Czas trwania konkursu – 90 minut.
Uwaga. Nie można używać kalkulatorów.

Zadania przygotowawcze na III spotkanie etapu rejonowego znajdują się na stronie Ligi Zadaniowej http://liga.mat.umk.pl