

Liga Zadaniowa – konkurs przedmiotowy z matematyki

Województwo kujawsko-pomorskie

Klasa VII szkoły podstawowej

28 kwietnia 2018 r. Etap wojewódzki

1. Uzasadnij, że liczba $n = 4^{10} + 4^{12} + 4^{13}$ jest podzielna przez 36. Wskaż liczbę naturalną, której kwadratem jest liczba n .
2. W partii 30 kg nasion zanieczyszczenia stanowią 12 procent całej masy. Po przeprowadzeniu wstępnego oczyszczania usunięto $\frac{2}{3}$ masy wszystkich zanieczyszczeń. Czy prawdą jest, że po wstępnym oczyszczeniu ta partia nasion będzie zanieczyszczona w nie więcej niż 8 procentach?
3. Czworokąt $ABCD$ ma kąty **wewnętrzne** o miarach $|\sphericalangle DAB| = 90^\circ$, $|\sphericalangle ABC| = 40^\circ$, $|\sphericalangle BCD| = 90^\circ$. Dwusieczne kątów **zewewnętrznych** przy wierzchołkach A i B przecinają się w punkcie K , przy wierzchołkach B i C przecinają się w punkcie L , przy wierzchołkach C i D przecinają się w punkcie M , przy wierzchołkach D i A przecinają się w punkcie N . Oblicz miary kątów **wewnętrznych** czworokąta $KLMN$. Jakim czworokątem jest czworokąt $KLMN$?
4. Z miast A i B wyjechały jednocześnie naprzeciwko siebie dwa samochody, każdy ze swoją stałą prędkością. W chwili spotkania okazało się, że pierwszy przebył drogę o 45 km dłuższą niż drugi. Przejazd całej trasy, łączącej obie miejscowości, pierwszemu samochodowi zabrał 3 godziny, a drugiemu 4,5 godziny. Jaka była odległość między miejscowościami A i B ? Ile czasu upłynęło od momentu startu do momentu spotkania samochodów? Z jaką prędkością jechał każdy z samochodów?
5. Podstawy trapezu $ABCD$ mają długości $|AB| = 17$ i $|CD| = 13$. Punkt P należący do podstawy AB ma następującą własność: odcinek DP dzieli trapez na trójkąt i czworokąt w ten sposób, że pole trójkąta stanowi $\frac{2}{3}$ pola czworokąta. Jaka jest długość odcinka AP ?
6. Na prostej m zaznaczono trzy różne punkty A , B i C . Na prostej n , równoległej do prostej m i różnej od tej prostej, zaznaczono cztery różne punkty K , L , M i N . Ile istnieje różnych trójkątów, których wierzchołkami są trzy punkty spośród punktów A , B , C , K , L , M , N ? (Trójkąty są takie same, jeśli ich wierzchołki opisane są tymi samymi literami, być może w innej kolejności.)

Uwaga 1. Wszystkie odpowiedzi do zadań oraz kolejne etapy rozwiązań powinny być uzasadnione.

Uwaga 2. Czas trwania konkursu – 120 minut.

Uwaga 3. Nie można używać kalkulatorów.

Życzymy powodzenia!