

Liga Zadaniowa – konkurs przedmiotowy z matematyki

Województwo kujawsko-pomorskie

Klasa VII szkoły podstawowej

Zadania przygotowawcze na I spotkanie etapu rejonowego w dniu 24 listopada 2018 roku

Tematyka: 1. Działania na liczbach wymiernych. 2. Podzielność liczb naturalnych i całkowitych.
3. Proste obliczenia procentowe. 4. Graniastosłupy.

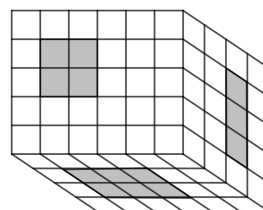
1. Wskaż cyfrę, która w dziesiętnym rozwinięciu ułamka $\frac{5}{14}$ znajduje się na 2017. miejscu po przecinku.

2. Oblicz
$$\left(\frac{0,8}{0,2 + \frac{1}{0,5 + \frac{1}{0,4}}} - 3 \right)^3 : \left(\frac{0,(18) : \frac{6}{11}}{0,75 - \frac{4}{3}} : \frac{8}{21} \right)^4.$$

3. Z cyfr 1, 2, 6, tworzymy wszystkie możliwe liczby czterocyfrowe, przy czym wśród nich znajdują się także liczby zapisane tylko przy pomocy jednej z podanych cyfr oraz liczby utworzone przy pomocy dokładnie dwóch różnych cyfr z trzech podanych. Ile jest liczb podzielnych przez 12 wśród wszystkich utworzonych w ten sposób liczb czterocyfrowych?
4. Cenę pewnego towaru zwiększono najpierw o 8%, potem tę nową cenę podwyższono o 30 zł, a po jakimś czasie tę ostatnią cenę obniżono o 20%. Okazało się, że cena początkowa towaru była o 10 zł wyższa od ceny końcowej. Ile kosztował towar na początku, ile kosztował na końcu i o ile procent cena końcowa była niższa od ceny początkowej?

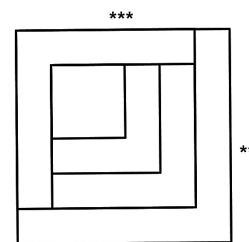
5. Oblicz
$$\frac{11 \cdot 9494 \cdot 11}{3344 \cdot 55 + 4455 \cdot 33 + 5533 \cdot 44}.$$

6. W prostopadłościennym klocku o wymiarach $6 \times 5 \times 4$, sklejonym z identycznych sześcienników o krawędziach długości 1, wydrążono na wylot „tunele” prostopadłe do ścian. Ile kostek jednostkowych wyjęto?



7. Wskaż wszystkie pary cyfr a i b , dla których liczba $\overline{281a435b}$ jest podzielna przez 18.
8. Cenę pewnego towaru podwyższono w okresie świątecznym o 10%, a później dwukrotnie obniżono, najpierw o 10%, a potem jeszcze o 20%. Po wszystkich zmianach towar kosztował 990 zł. Oblicz początkową cenę towaru. Jaki procent najwyższej ceny towaru stanowi cena końcowa?
9. Rozważamy wszystkie możliwe prostopadłościany o objętości 36 cm^3 , których krawędzie mają długości wyrażone przez całkowite liczby centymetrów.
- a) Ile jest wśród nich prostopadłościanów o istotnie różniących się wymiarach? Podaj ich wymiary. (Nie różnią się istotnie dwa prostopadłościany o wymiarach z tylko przestawioną kolejnością, np. $5 \times 4 \times 9$ i $5 \times 9 \times 4$.)
- b) Czy wśród nich istnieje para prostopadłościanów o tej własności, że pole powierzchni całkowitej jednego z nich jest co najmniej dwukrotnie większe od pola powierzchni całkowitej drugiego?
10. Liczba stanowiąca 4% liczby całkowitej n jest liczbą całkowitą podzielną przez 3. Jeśli podzielimy liczbę n przez 7, to otrzymamy resztę 1. Znajdź najmniejszą liczbę naturalną n o podanych własnościach.
11. Wyróżnionymi punktami prostopadłościanu są wszystkie jego wierzchołki oraz środki wszystkich jego krawędzi bocznych. Połączono odcinkami wszystkie możliwe pary wyróżnionych punktów. Ile jest odcinków, które nie zawierają się w żadnej ścianie prostopadłościanu?
12. Znajdź najmniejszą liczbę całkowitą dodatnią o tej własności, że podzielona przez każdy z ułamków, $\frac{12}{7}$ oraz $\frac{42}{25}$, daje liczbę całkowitą.
13. Rozważamy liczby czterocyfrowe, w których zapisie nie występuje 0, a suma cyfr jest równa 8. Ile jest wśród nich liczb podzielnych przez 4?

14. Komplet kartonowych pudełek składa się z pięciu różnych sześciennych pudełek o krawędziach długości: 10cm, 15cm, 20cm, 25cm i 30cm. Jaś ze wszystkich pudełek jednego kompletu zbudował wieżę, która z góry wyglądała tak, jak przedstawia rysunek obok. Przedstaw na jednym rysunku, jak wyglądała wieża oglądana od strony oznaczonej symbolem **, oraz na drugim rysunku jej wygląd od strony oznaczonej symbolem ***. Oblicz łączne pole tych części powierzchni wieży, które miały styczność z otwartą przestrzenią.
15. Liczba naturalna nazywa się żółtą, jeśli zapisana jest przy pomocy różnych cyfr i iloczyn tych cyfr równy jest 2520. Podaj kilka przykładów takich liczb. Wyznacz największą i najmniejszą żółtą liczbę naturalną.
16. Każdą z podanych liczb wymiernych, zapisanych przy pomocy nieskończonego rozwinięcia dziesiętnego, zapisz w postaci ułamka zwykłego: a) $0,7(3)$; b) $0,(134)$; c) $0,222(13)$; d) $0,(2002)$; e) $0,23(114)$.
17. Oblicz: a) $\frac{4,45 + 0,55 : (1\frac{2}{9})}{\frac{2}{0,5-0,1(6)} + [(3,1)^2 - (2,1)^2] : 1,3} : 0,07$ b) $8\frac{1}{7} : \left[\frac{-\frac{2}{3} \cdot 8 + \frac{1}{7}}{-\frac{2}{3} \cdot 7 + \frac{1}{8}} - \frac{8\frac{1}{8} + 6\frac{7}{8} \cdot 0,2}{7\frac{1}{7} + \frac{6}{7} : 0,(36)} \right]$
- c) $\frac{(6,75 - 4,5 \cdot 1\frac{2}{3}) \cdot 0,(6)}{\left[6\frac{2}{3} \cdot 0,15 - \left(0,25 - \frac{11}{12} \right) \right] : 2\frac{2}{3}}$ d) $\frac{\left((0,6)^2 + \frac{\frac{3}{5} \cdot 22}{0,9 - \frac{2}{5}} \right) \cdot 0,(2013)}{1,6 - \frac{14 + \frac{4}{5}}{2}} - (1 - 0,08 : 0,101).$
18. Woda stanowi 84% wagi spragnionego wielbłąda Kubusia. Jeśli ten wielbłąd się napije, jego waga wynosi 800 kg, a woda stanowi 85% jego wagi. Jaka jest waga spragnionego wielbłąda Kubusia?
19. Połowa pasażerów, którzy wsiedli do tramwaju na przystanku początkowym, zajęła miejsca siedzące. Na pierwszym przystanku liczba pasażerów zwiększyła się o 8%. Ilu pasażerów wsiadło do tramwaju na przystanku początkowym, jeśli wiadomo, że w tramwaju mieści się co najwyżej 70 osób?
20. Większe z dwóch prostopadłościennych pudełek ma krawędzie długości 20 cm, 30 cm i 50 cm. Każda z krawędzi mniejszego pudełka jest krótsza o 5 cm od odpowiedniej krawędzi pudełka większego.
- a) Czy objętość małego pudełka stanowi co najmniej 60% objętości dużego pudełka?
- b) O ile procent pole powierzchni mniejszego pudełka jest mniejsze od pola powierzchni większego pudełka?
21. Mydło w kształcie prostopadłościanu po pewnym czasie zmniejszyło swoje wymiary do połowy. O ile procent objętość mydła zmniejszyła się po zmydleniu?
22. Oblicz: a) $\frac{142 \cdot 312 + 284 \cdot 44}{160 \cdot 30 - 16 \cdot 150}$ b) $\frac{685 \cdot 654654}{327 \cdot 137137 + 137 \cdot 327327}$ c) $\frac{(9191)^2 - 4 \cdot 6363 \cdot 2828}{2525 \cdot 4949}$
- d) $\frac{20 \cdot 151515 + 2020 \cdot 15}{65 \cdot 313131 + 656565 \cdot 31} \cdot 2015$ e) $\frac{81 \cdot 3636}{6363 \cdot 864 - 5454 \cdot 468}.$
23. Czy liczba $666 \dots 6$, w której cyfra 6 powtarza się 2018 razy, jest kwadratem liczby naturalnej?
24. Równoramienny trójkąt prostokątny, którego najdłuższy bok ma 10 cm, jest podstawą graniastosłupa prostego o wysokości 8 cm. Oblicz objętość tego graniastosłupa.
25. Wyznacz wszystkie liczby pięciocyfrowe $\overline{abcde}$ podzielne przez 36, dla których $a < b < c < d < e$.



Uwaga I. W przygotowaniach do I spotkania konkursowego można wykorzystać zbiory zadań:

- *Liga Zadaniowa*, str. 15-16 (zad. 87-102), str. 25-29 (zad. 1-12, 14-51);
- *Liga Zadaniowa – 30 lat konkursu matematycznego*, str. 11-13 (zad. 14-18); str. 42-45 (zad. 195-227), str. 46-48 (zad. 228-253); str. 54-56 (zad. 316-337);
- *Koło matematyczne w szkole podstawowej*, str. 121-131, 173-174;
- *Koło matematyczne w gimnazjum*, rozdziały: Liczby, Podzielność liczb, Procenty.

Dodatkowe zadania przygotowawcze na etap wojewódzki:

- *Liga Zadaniowa – 30 lat konkursu matematycznego*, zadania: 209, 228, 232, 233, 266, 271, 313, 572, 584.

Uwaga II. W soboty, począwszy od 20 października, w godz. 11:00 - 12:30, na Wydziale Matematyki i Informatyki UMK w Toruniu, ul. Chopina 12/18, odbywać się będą zajęcia koła matematycznego dla uczniów klas VII o tematyce związanej z *Ligą Zadaniową*. Harmonogram zajęć można znaleźć na stronie *Ligi Zadaniowej* <http://liga.mat.umk.pl>. Serdecznie zapraszamy.