Liga Zadaniowa – konkurs przedmiotowy z matematyki

Województwo kujawsko-pomorskie

Klasa VII szkoły podstawowej

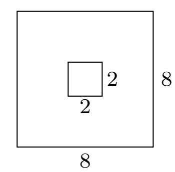
Zadania przygotowawcze na I spotkanie drugiego etapu w dniu 19 listopada 2020 roku

Tematyka: 1. Działania na liczbach wymiernych. 2. Podzielność liczb naturalnych i całkowitych. 3. Zadania tekstowe – proste równania i proste obliczenia procentowe. 4. Graniastosłupy.

1. Oblicz: $\dfrac{2-\frac{13}{17}:\left(1\frac{3}{17}-0{,}024:0{,}03\right)}{\frac{1}{2}-\frac{1}{0{,}8}:\frac{1}{0{,}6}}$.
2. Wyraź liczbę $0{,}(6)-0{,}(378)$ przez ułamek zwykły nieskracalny, a następnie podaj nieskończone rozwinięcie okresowe tego ułamka.
3. Rozważamy wszystkie możliwe liczby czterocyforwe, w których zapisie pokawiają się tylko cyfry 4, 7 i 8. Wśród nich znajdują się także liczby zapisane tylko przy pomocy jednej z podanych cyfr oraz liczby utworzone przy pomocy dokładnie dwóch cyfr z trzech podanych. Ile jest liczb podzielnych przez 36 wśród wszystkich utworzonych w ten sposób liczb czterocyfrowych? Wypisz te liczby.
4. Porównaj ułamki $\dfrac{2244}{6688}$ i $\dfrac{2424}{6868}$.
5. Świeża trawa zawiera 95% wody. Siano, otrzymane po jej wysuszeniu, zawiera tylko 15% wody. Z ilu kilogramów świeżej trawy otrzymano po wysuszeniu 30 kg siana? Ile kilogramów wody zawierała ta porcja świeżej trawy, a ile otrzymane z niej siano?
6. Do górnej podstawy klocka prostopadłościennego o wymiarach $8\times 8\times 20$ doklejono klocek prostopadłościenny o wymiarach $2\times 2\times 8$ w ten sposób, że klocki wyglądają z góry tak, jak to przedstawia rysunek.

   a) Oblicz pola powierzchni całkowitych obu figur przestrzennych: dużego prostopadłościennego klocka oraz figury sklejonej z dwóch klocków.

   b) O ile procent pole powierzchni całkowitej nowo utworzonej bryły jest większe od pola powierzchni całkowitej większego z tych prostopadłościanów?

7. Rozwiąż równanie

   a) $(((0,5x+5)\cdot 4+5)\cdot 4+5)\cdot 4=2020$,

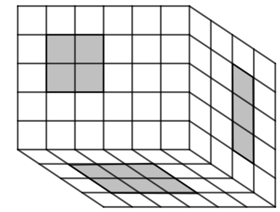
   b) $(0,75x-2)\cdot 5-8=1,5x$

   c) $\left(\left(6\frac{3}{7}-\frac{0{,}75x-2}{0{,}35}\right)\cdot 2{,}8+1\frac{3}{4}\right):0{,}05=235$

   d) $0{,}8\cdot\left[\left(\frac{1}{4}x-1{,}2\right)\cdot\frac{9}{4}+2{,}4\right]=4{,}8.$

8. Marcel jest o 6 lat młodszy od swego brata Adama. Adam ma obecnie 5 razy więcej lat, niż Marcel miał wtedy, kiedy Adam miał tyle lat, ile lat ma teraz Marcel. Ile lat ma każdy z braci?
9. Ala i Tomek mają razem 30 lat. Gdy Ala miała tyle lat, ile Tomek ma teraz, to była od niego dwa razy starsza. Ile lat mają Ala i Tomek obecnie?
10. W pierwszym tygodniu marca pani Zosia wydała $\frac{1}{2}$ wszystkich swoich oszczędności, w drugim tygodniu $\frac{1}{3}$ tego, co jej pozostało, a w trzecim tygodniu $\frac{1}{2}$ tego, co jeszcze posiadała i 60 zł. Po wszystkich tych wydatkach, z całych oszczędności, zostało jej 240 zł. Ile oszczędności miała pani Zosia oraz ile z tych oszczędności wydała w pierwszym, drugim, a ile w trzecim tygodniu marca?
11. Długość pierwszego prostokąta jest o 50% większa od jego szerokości. Obwód drugiego prostokąta, którego każdy bok jest o 2 cm dłuższy od odpowiedniego boku prostokąta pierwszego, stanowi 110% obwodu prostokąta pierwszego. O ile cm^2 pole drugiego prostokąta jest większe od pola prostokąta pierwszego?
12. Obwód czworokąta wynosi 0,28 m. Długość drugiego boku tego czworokąta jest o 5 cm większa od $\frac{1}{3}$ długości pierwszego boku. Długość trzeciego boku stanowi 75% długości drugiego boku, a długość czwartego boku stanowi $\frac{5}{6}$ długości trzeciego boku. Oblicz długość każdego boku tego czworokąta.
13. Cenę komputera obniżano dwukrotnie, najpierw o 20%, a potem jeszcze o 60 zł. Łącznie obniżono cenę o 25%. Ile kosztował komputer na początku?
14. Pudełko malin potaniało od wczoraj o 30% i kosztuje dzisiaj 5,60 zł. Cena pudełka borówek spadła od wczoraj o 12% i wynosi dzisiaj 11 zł. Czy skrzynka zawierająca 6 pudełek malin oraz 5 pudełek borówek potaniała od wczoraj o więcej niż 20%?
15. Wyróżnionymi punktami sześcianu są środki wszystkich jego krawędzi. Połączono odcinkami wszystkie możliwe pary wyróżnionych punktów. Ile z tych odcinków nie zawiera się w żadnej ścianie sześcianu?
16. Cenę pewnego towaru zwiększono najpierw o 8%, potem tę nową cenę podwyższono o 30 zł, a po jakimś czasie tę ostatnią cenę obniżono o 20%. Cena końcowa wyniosła 240 zł. Ile kosztował towar na początku? O ile procent cena końcowa była niższa od ceny początkowej?

17. W prostopadłościennym klocku o wymiarach $6 \times 5 \times 4$ sklejonym z identycznych sześcianików o krawędziach długości 1, wydrążono na wylot „tunele” prostopadłe do ścian. Ile kostek jednostkowych wyjęto?



18. Wskaż wszystkie pary cyfr a i b, dla których liczba $\overline{281a435b}$ jest podzielna przez 18.

19. Cenę pewnego towaru podwyższono w okresie świątecznym o 10%, a później dwukrotnie obniżono, najpierw o 10%, a potem jeszcze o 20%. Po wszystkich zmianach towar kosztował 990 zł. Oblicz początkową cenę towaru. Jaki procent najwyższej ceny towaru stanowi cena końcowa?

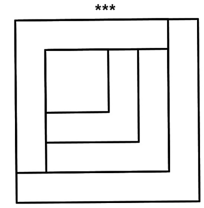
20. Rozważamy wszystkie możliwe prostopadłościany o objętości 36 cm^3, których krawędzie mają długości wyrażone przez całkowite liczby centymetrów.

a) Ile jest wśród nich prostopadłościanów o istotnie różniących się wymiarach? Podaj ich wymiary. (Nie różnią się istotnie dwa prostopadłościany o wymiarach z tylko przestawioną kolejnością, np. $5 \times 4 \times 9$ i $5 \times 9 \times 4$.)

b) Czy wśród nich istnieje para prostopadłościanów o tej własności, że pole powierzchni całkowitej jednego z nich jest co najmniej dwukrotnie większe od pola powierzchni całkowitej drugiego?

21. Wyróżnionymi punktami graniastosłupa prawidłowego pięciokątnego są wszystkie jego wierzchołki oraz środki wszystkich jego krawędzi bocznych. Połączono odcinkami wszystkie możliwe pary wyróżnionych punktów. Ile jest odcinków, które nie zawierają się w żadnej ścianie tego graniastosłupa?

22. Komplet kartonowych pudełek składa się z pięciu różnych sześciennych pudełek o krawędziach długości: 10cm, 15cm, 20cm, 25cm i 30cm. Jaś ze wszystkich pudełek jednego kompletu zbudował wieżę, która z góry wyglądała tak, jak przedstawia rysunek obok. Przedstaw na jednym rysunku, jak wyglądała wieża oglądana od strony oznaczonej symbolem $**$, oraz na drugim rysunku jej wygląd od strony oznaczonej symbolem $***$. Oblicz łączne pole tych części powierzchni wieży, które miały styczność z otwartą przestrzenią.



23. Liczba naturalna nazywa się żółtą, jeśli zapisana jest przy pomocy różnych cyfr i iloczyn tych cyfr równy jest 2520. Podaj kilka przykładów takich liczb. Wyznacz największą i najmniejszą żółtą liczbę naturalną.

24. Każdą z podanych liczb wymiernych, zapisanych przy pomocy nieskończonego rozwinięcia dziesiętnego, zapisz w postaci ułamka zwykłego: a) 0,7(3); b) 0,(134); c) 0,222(13); d) 0,(2002); e) 0,23(114).

25. Oblicz:

a) $\dfrac{4{,}45 + 0{,}55 : (1\frac{2}{9})}{\frac{2}{0{,}5-0{,}1(6)} + [(3{,}1)^2 - (2{,}1)^2] : 1{,}3} : 0{,}07$

b) $8\dfrac{1}{7} : \left[\dfrac{-\dfrac{2}{3} \cdot 8 + \dfrac{1}{7}}{-\dfrac{2}{3} \cdot 7 + \dfrac{1}{8}} - \dfrac{8\dfrac{1}{8} + 6\dfrac{7}{8} \cdot 0,2}{7\dfrac{1}{7} + \dfrac{6}{7} : 0,(36)} \right]$

c) $\dfrac{\left(6{,}75 - 4{,}5 \cdot 1\frac{2}{3}\right) \cdot 0{,}(6)}{\left[6\frac{2}{3} \cdot 0{,}15 - \left(0{,}25 - \frac{11}{12}\right)\right] : 2\frac{2}{3}}$

d) $\dfrac{\left((0{,}6)^2 + \frac{\frac{3}{5} \cdot 2{,}2}{0{,}9 - \frac{2}{5}}\right) \cdot 0{,}(2013)}{1{,}6 - \frac{1{,}4 + \frac{4}{5}}{2}} - (1 - 0{,}08 : 0{,}101).$

26. Oblicz:

a) $\dfrac{142 \cdot 312 + 284 \cdot 44}{160 \cdot 30 - 16 \cdot 150}$

b) $\dfrac{685 \cdot 654654}{327 \cdot 137137 + 137 \cdot 327327}$

c) $\dfrac{(9191)^2 - 4 \cdot 6363 \cdot 2828}{2525 \cdot 4949}$

d) $\dfrac{20 \cdot 151515 + 202020 \cdot 15}{65 \cdot 313131 + 656565 \cdot 31} \cdot 2015$

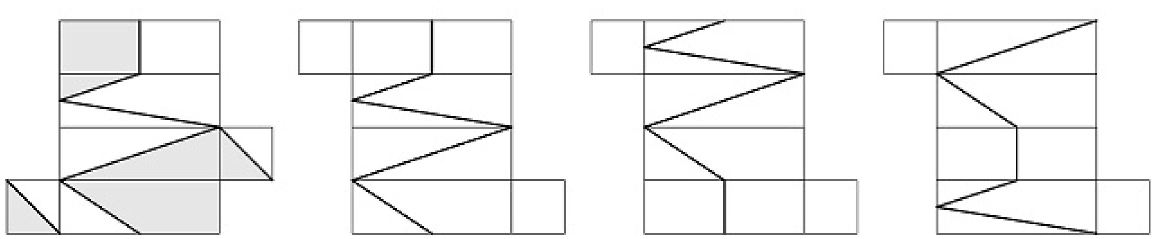
e) $\dfrac{81 \cdot 3636}{6363 \cdot 864 - 5454 \cdot 468}$

f) $\dfrac{11 \cdot 9494 \cdot 11}{3344 \cdot 55 + 4455 \cdot 33 + 5533 \cdot 44}$

27. Czy liczba $666\ldots6$, w której cyfra 6 powtarza się 2020 razy jest kwadratem liczby naturalnej?

28. Wyznacz wszystkie liczby pięciocyfrowe $\overline{abcde}$ podzielne przez 36, dla których $a < b < c < d < e$.

29. Siatkę prostopadłościanu o podstawie kwadratowej pomalowano dwoma kolorami, jak na rysunku. Na innych siatkach tego samego prostopadłościanu dorysuj brakujące odcinki i odpowiednio pokoloruj ściany.



Uwaga: W przygotowaniach do I spotkania drugiego etapu można wykorzystać zbiory zadań: *Liga Zadaniowa*, str. 15-16 (zad. 8-102), str. 25-29 (zad. 1-12, 14-51); *Liga Zadaniowa – 30 lat konkursu matematycznego*, str. 11-13 (zad. 14-18); str. 42-45 (zad. 195-227), str. 46-48 (zad. 228-253); str. 54-56 (zad. 316-357); str. 29-31 (zad. 104, 105, 107, 110, 115-119) *Koło matematyczne w szkole podstawowej*, str. 121-131, 173-174; *Koło matematyczne w gimnazjum*, rozdziały: Liczby, Podzielność liczb, Procenty.