

Liga Zadaniowa - konkurs przedmiotowy z matematyki

Województwo kujawsko-pomorskie

Klasa VI szkoły podstawowej

Zadania przygotowawcze do III spotkania etapu rejonowego w dniu 7 kwietnia 2022 roku

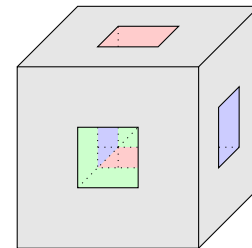
Tematyka:

1. Proste wyrażenia algebraiczne.
2. Zadania tekstowe wymagające znajomości prostych równań i nierówności.
3. Proste obliczenia procentowe.
4. Bryły przestrzenne - graniastosłupy.

1. Spodnie kosztowały 150 zł. Najpierw ich cena wzrosła o 20%, a potem zmalała o 10%. Czy cena spodni po tych zmianach była wyższa, czy niższa od początkowej i o ile procent?

2. Szczelnie zamknięte prostopadłościenne szklane pudełko o wymiarach $5\text{ cm} \times 2\text{ m} \times 20\text{ cm}$ jest częściowo napelnione wodą. Pudełko stoi na najmniejszej ścianie, a woda sięga do wysokości 16 cm. Do jakiej wysokości sięgnie woda, gdy pudełko będzie leżało na największej ścianie?

3. Dany jest sześcian (pełny w środku) o krawędzi długości 3 cm. W tym sześcianie wydrążono na wylot trzy tunele o przekroju kwadratu, którego bok ma długość 1 cm. Częścią wspólną tych trzech tuneli jest sześcian o krawędzi długości 1 cm. Oblicz objętość i pole powierzchni otrzymanej bryły (to znaczy łączne pole wszystkich ścian, również tych, które powstały w „środku” sześcianu po wydrążeniu tuneli).



4. Na dwóch drzewach siedziało łącznie 20 wróbli. W pewnym momencie 2 wróble z pierwszego drzewa przeleciały na drugie drzewo, a z drugiego drzewa 4 wróble odleciały do sąsiedniej wioski. W efekcie tego na pierwszym drzewie pozostało trzy razy więcej wróbli niż na drugim drzewie. Ile wróbli było początkowo na każdym drzewie?

5. Adam i Zosia otworzyli skarbonkę, w której trzymali tylko monety jednozłotowe. Najpierw Adam wziął ze skarbonki 20% zebranej tam kwoty i jeszcze 40 zł. Następnie Zosia wybrała 25% pozostałej kwoty i jeszcze 50 zł. Rozstrzygnij, czy Zosia i Adam wybrali tyle samo pieniędzy, czy też któreś z nich wzięło więcej?

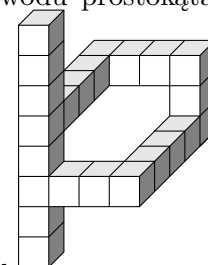
6. Cenę płaszcza najpierw obniżono o 15%, a następnie podwyższono o 10% i 6 złotych. Po tych zmianach cena wynosi 380 zł. Jaka była cena płaszcza przed obniżką, a jaka po obniżce? Czy cena płaszcza przed obniżką była większa, czy mniejsza od ceny końcowej? O ile procent?

7. Zbyszek twierdzi, że liczbę 2019 można przedstawić w postaci sumy sześciu kolejnych liczb naturalnych. Czy Zbyszek ma rację, czy myli się? Odpowiedź uzasadnij.

8. Marcel jest o 6 lat młodszy od swego brata Adama. Adam ma obecnie 5 razy więcej lat, niż Marcel miał wtedy, kiedy Adam miał tyle lat, ile lat ma teraz Marcel. Ile lat ma każdy z braci?

9. Długość pierwszego prostokąta jest o 50% większa od jego szerokości. Obwód drugiego prostokąta, którego każdy bok jest o 2 cm dłuższy od odpowiedniego boku prostokąta pierwszego, stanowi 110% obwodu prostokąta pierwszego. O ile cm^2 pole drugiego prostokąta jest większe od pola prostokąta pierwszego?

10. Z kostek sześciennych o krawędzi 1 cm sklejono figurę taką, jak pokazano na rysunku.



(a) Oblicz objętość i pole powierzchni całkowitej tej figury.

(b) Podaj, ile co najmniej kostek należy dołożyć do tej figury, aby otrzymać pełen prostopadłościan, a ile, aby otrzymać pełen sześcian?

11. Ala i Tomek mają razem 30 lat. Gdy Ala miała tyle lat, ile Tomek ma teraz, to była od niego dwa razy starsza. Ile lat mają Ala i Tomek obecnie?

12. Ola i Łukasz mają razem 18 lat. Za rok Ola będzie 1,5 raza starsza od Łukasza. Ile lat ma każde z tych dzieci?

13. Z 27 jednakowych małych sześcianików złożono jeden duży sześcian. Górną i dolną podstawę tego sześcianu pomalowano na żółto, a wszystkie ściany boczne na niebiesko. Określ, ile ścian żółtych i ile niebieskich mogą mieć małe sześcianiki po tym malowaniu - podaj wszystkie możliwości. Dla każdego przypadku podaj, ile jest takich sześcianików.

14. Obwody trzech działek, z których jedna ma kształt kwadratu, a dwie pozostałe kształt prostokątów, są jednakowe i wynoszą po 120 metrów. Długość jednej działki prostokątnej stanowi 150% jej szerokości. Szerokość drugiej działki prostokątnej stanowi $\frac{5}{7}$ jej długości. Oblicz pole każdej działki. Która z tych trzech działek ma największe pole?

15. Adrianna dodała długości trzech boków prostokąta i otrzymała 44 cm. Ewelina również dodała długości trzech boków tego prostokąta i otrzymała 40 cm. Jaki jest obwód tego prostokąta?

16. Rozwiąż równanie

a) $\left(\frac{1}{4} : x - 1\frac{3}{4}\right) \cdot 1\frac{1}{7} - 4\frac{2}{7} = 0$

b) $(((((1 - 8x) \cdot 4) \cdot 8 - 1) \cdot 8 + 1) \cdot 8 + 1 = 1993$

c) $\left(\left(6\frac{3}{7} - \frac{0,75x - 2}{0,35}\right) \cdot 2,8 + 1\frac{3}{4}\right) : 0,05 = 235$

d) $0,8 \cdot \left[\left(\frac{1}{4}x - 1,2\right) \cdot \frac{9}{4} + 2,4\right] = 4,8$

e) $\frac{(\frac{2}{3} + x) : 5}{3 - 0,8} + 2\frac{1}{11} = 0,7 : 0,3$

17. Po przecenie o 20% buty kosztowały 160 zł. Następnie cenę tych butów zmniejszono o 15%, a po miesiącu dokonano kolejnej przeceny, po której buty kosztowały 95,20 zł.

a) Jaka była cena początkowa tych butów?

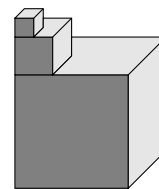
b) O ile procent obniżono cenę butów za trzecim razem?

c) O ile procent łącznie obniżono cenę butów?

18. W pierwszym tygodniu marca pani Zosia wydała $\frac{1}{2}$ wszystkich swoich oszczędności, w drugim tygodniu $\frac{1}{3}$ tego, co jej pozostało, a w trzecim tygodniu $\frac{1}{2}$ tego, co jeszcze posiadała i 60 zł. Po wszystkich tych wydatkach, z całych oszczędności, zostało jej 240 zł. Ile oszczędności miała pani Zosia oraz ile z tych oszczędności wydała w pierwszym, drugim, a ile w trzecim tygodniu marca?

19. Wszystkie ściany pewnego prostopadłościanu pomalowano, a potem podzielono go na 24 jednakowe sześcianiki. Wśród tych sześcianików jest 12 z dokładnie dwiema pomalowanymi ścianami. Wyznacz wymiary tego prostopadłościanu.

20. Gromada pszczół przyleciała na łąkę. Pierwsza grupa pszczół, stanowiąca piątą część pszczelej gromadki, usiadła na kwiatach magnolii. Druga grupa, stanowiąca trzecią część gromadki, usiadła na kwiatach lotosu. Trzecia grupa pszczół, których liczba była potrojoną różnicą liczb pszczół w grupie drugiej i pierwszej, poleciała ku kwiatom jaśminu. Jedna tylko pszczółka, zwabiona pachnącym kwiatem koniczyzny, krążyła nad nim. Ile pszczół było w tej gromadce na początku?



21. Bryła widoczna na rysunku obok jest zbudowana z trzech sześcianów o krawędziach długości 1 cm, 2 cm i 6 cm. Jakie jest pole powierzchni tej bryły?

22. Michał ma 42 identyczne sześciennie klocki, każdy o krawędzi długości 1 cm. Ze wszystkich tych klocków zbudował pełny prostopadłościan, którego obwód podstawy jest równy 18 cm. Jaka jest wysokość zbudowanego prostopadłościanu?

23. Sześcian pomalowany na czerwono rozcięto na 125 małych jednakowych sześcianików. Ile wśród nich jest takich, które:

a) mają trzy ścianki w kolorze czerwonym,

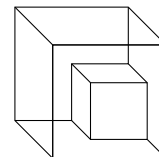
b) mają dokładnie dwie ścianki w kolorze czerwonym,

c) mają tylko jedną ściankę w kolorze czerwonym,

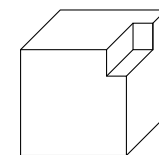
d) nie mają ani jednej ściany pomalowanej na czerwono.

24. Ile różnych prostopadłościanów można ułożyć z 24 jednakowych sześcianów o krawędzi 1 cm? Podaj ich wymiary. Uwaga: Jeśli podane wymiary różnią się tylko kolejnością np. $3 \times 4 \times 5$ i $4 \times 5 \times 3$, to uznajemy, że oba prostopadłościany są identyczne.

25. Adam miał naczynie w kształcie sześcianu o krawędzi długości 20 cm. Na jego dnie położył sześcienną kostkę o krawędzi 10 cm. Do tak przygotowanego naczynia wlał 5 litrów wody. Czy cała sześcienna kostka będzie zalana wodą? Jak wysoko będzie sięgał poziom wody w tym naczyniu?



26. Starszy brat powiedział do młodszego: Daj mi 8 zł, wtedy będę miał dwa razy więcej pieniędzy niż ty. Młodszy na to: Lepiej będzie, jeśli ty dasz mi 8 zł, bo wtedy będziemy mieli po tyle samo. Ile pieniędzy miał każdy z nich?



27. Z kamiennej bryły w kształcie sześcianu o objętości 512 dm^3 wycięto i usunięto prostopadłościan (patrz rysunek). Jakie jest pole powierzchni pozostałej bryły?

28. Dwaj panowie mają razem 63 lata. Pierwszy z nich ma dwa razy więcej lat niż drugi miał wtedy, gdy pierwszy miał tyle lat co teraz drugi. Ile każdy z nich ma lat?

Uwaga I: Dodatkowe zadania przygotowawcze można znaleźć w książkach „Liga Zadaniowa – 30 lat konkursu matematycznego” (zad. 47-52, 99-110, 209-225, 565-578) oraz „Koło matematyczne w szkole podstawowej” (zad. 532-542).