

Liga Zadaniowa – konkurs przedmiotowy z matematyki

Województwo kujawsko-pomorskie

Klasa VII szkoły podstawowej

Zadania przygotowawcze na I spotkanie etapu rejonowego w dniu 25 listopada 2021 roku

- Tematyka:**
1. Działania na liczbach wymiernych.
 2. Podzielność liczb naturalnych i całkowitych.
 3. Zadania tekstowe – proste równania i proste obliczenia procentowe.
 4. Graniastopy.

1. Oblicz: $\frac{\frac{7}{24} + 2\frac{17}{24} : 9\frac{3}{4}}{(4,4 - 8) : 0,08 + \frac{1}{0,25}} \cdot (-12)^2$.

2. Oblicz: $\frac{3535^2 - 3939 \cdot 3131}{1212 \cdot 2424}$.

3. Suma wieku Franka i Antka jest równa 30 lat. Antek ma 3 razy więcej lat niż Franek miał wtedy, gdy Antek miał tyle lat, ile Franek ma teraz. W jakim wieku są obecnie Franek i Antek?

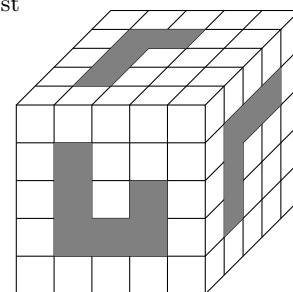
4. Cenę pewnego towaru obniżono najpierw o 15%, a potem o 52 zł, co dało łącznie obniżkę ceny pierwotnej o 28%. Jaka była cena tego towaru na początku?

5. Liczbę naturalną nazywamy *turkusową*, jeśli zapisana jest przy pomocy różnych cyfr i iloczyn jej cyfr jest równy 720.

a) Podaj trzy przykłady liczb turkusowych, z których każda ma inną liczbę cyfr.

b) Wskaż największą i najmniejszą liczbę turkusową.

6. W sześciennym klocku o krawędziach długości 5, sklejonym z identycznych sześcienników o krawędziach długości 1, wydrążono „tunele” prostopadłe do ścian. Kształty przekrojów „tuneli” widoczne są na rysunku. Ile kostek jednostkowych wyjęto?



7. Wyraż liczbę $0,(6) - 0,(378)$ przez ułamek zwykły nieskracalny, a następnie podaj nieskończone rozwinięcie okresowe tego ułamka.

8. Rozważamy wszystkie możliwe liczby czterocyfrowe, w których zapisie pojawiają się tylko cyfry 4, 7 i 8. Wśród nich znajdują się także liczby zapisane tylko przy pomocy jednej z podanych cyfr oraz liczby utworzone przy pomocy dokładnie dwóch cyfr z trzech podanych. Ile jest liczb podzielnych przez 36 wśród wszystkich utworzonych w ten sposób liczb czterocyfrowych? Wypisz te liczby.

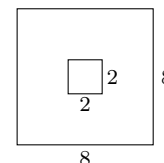
9. Porównaj ułamki $\frac{2244}{6688}$ i $\frac{2424}{6868}$.

10. Świeża trawa zawiera 95% wody. Siano, otrzymane po jej wysuszeniu, zawiera tylko 15% wody. Z ilu kilogramów świeżej trawy otrzymano po wysuszeniu 30 kg siana? Ile kilogramów wody zawierała ta porcja świeżej trawy, a ile otrzymane z niej siano?

11. Do górnej podstawy klocka prostopadłościennego o wymiarach $8 \times 8 \times 20$ doklejono klocek prostopadłościenny o wymiarach $2 \times 2 \times 8$ w ten sposób, że klocki wyglądają z góry tak, jak to przedstawia rysunek.

a) Oblicz pola powierzchni całkowitych obu figur przestrzennych: dużego prostopadłościennego klocka oraz figury sklezionej z dwóch klocków.

b) O ile procent pole powierzchni całkowitej nowo utworzonej bryły jest większe od pola powierzchni całkowitej większego z tych prostopadłościanów?



12. Pudełko malin potaniało od wczoraj o 30% i kosztuje dzisiaj 5,60 zł. Cena pudełka borówek spadła od wczoraj o 12% i wynosi dzisiaj 11 zł. Czy skrzynka zawierająca 6 pudełek malin oraz 5 pudełek borówek potaniała od wczoraj o więcej niż 20%?

13. Wyróżnionymi punktami sześcianu są środki wszystkich jego krawędzi. Połączono odcinkami wszystkie możliwe pary wyróżnionych punktów. Ile z tych odcinków nie zawiera się w żadnej ścianie sześcianu?

14. Cenę pewnego towaru zwiększono najpierw o 8%, potem tę nową cenę podwyższono o 30 zł, a po jakimś czasie tę ostatnią cenę obniżono o 20%. Cena końcowa wyniosła 240 zł. Ile kosztował towar na początku? O ile procent cena końcowa była niższa od ceny początkowej?

15. Cenę pewnego towaru podwyższono w okresie świątecznym o 10%, a później dwukrotnie obniżono, najpierw o 10%, a potem jeszcze o 20%. Po wszystkich zmianach towar kosztował 990 zł. Oblicz początkową cenę towaru. Jaki procent najwyższej ceny towaru stanowi cena końcowa?

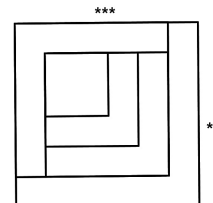
16. Rozważamy wszystkie możliwe prostopadłościany o objętości 36 cm^3 , których krawędzie mają długości wyrażone przez całkowite liczby centymetrów.

a) Ile jest wśród nich prostopadłościanów o istotnie różniących się wymiarach? Podaj ich wymiary. (Nie różnią się istotnie dwa prostopadłościany o wymiarach z tylko przestawioną kolejnością, np. $5 \times 4 \times 9$ i $5 \times 9 \times 4$.)

b) Czy wśród nich istnieje para prostopadłościanów o tej własności, że pole powierzchni całkowitej jednego z nich jest co najmniej dwukrotnie większe od pola powierzchni całkowitej drugiego?

17. Wyróżnionymi punktami graniastoslupa prawidłowego pięciokątnego są wszystkie jego wierzchołki oraz środki wszystkich jego krawędzi bocznych. Połączono odcinkami wszystkie możliwe pary wyróżnionych punktów. Ile jest odcinków, które nie zawierają się w żadnej ścianie tego graniastoslupa?

18. Komplet kartonowych pudełek składa się z pięciu różnych sześciennych pudełek o krawędziach długości: 10cm, 15cm, 20cm, 25cm i 30cm. Jaś ze wszystkich pudełek jednego kompletu zbudował wieżę, która z góry wyglądała tak, jak przedstawia rysunek obok. Przedstaw na jednym rysunku, jak wyglądała wieża oglądana od strony oznaczonej symbolem **, oraz na drugim rysunku jej wygląd od strony oznaczonej symbolem * *. Oblicz łączne pole tych części powierzchni wieży, które miały styczność z otwartą przestrzenią.



19. Każdą z podanych liczb wymiernych, zapisanych przy pomocy nieskończonego rozwinięcia dziesiętnego, zapisz w postaci ułamka zwykłego: a) $0,7(3)$; b) $0,(134)$; c) $0,222(13)$; d) $0,(2002)$; e) $0,23(114)$.

20. Oblicz:

a)
$$\frac{2 - \frac{13}{17} : \left(1\frac{3}{17} - 0,024 : 0,03\right)}{\frac{1}{2} - \frac{1}{0,8} : \frac{1}{0,6}}$$

c)
$$8\frac{1}{7} : \left[\frac{-\frac{2}{3} \cdot 8 + \frac{1}{7}}{-\frac{2}{3} \cdot 7 + \frac{1}{8}} - \frac{8\frac{1}{8} + 6\frac{7}{8} \cdot 0,2}{7\frac{1}{7} + \frac{6}{7} : 0,(36)} \right]$$

b)
$$\frac{4,45 + 0,55 : (1\frac{2}{9})}{\frac{2}{0,5 - 0,1(6)} + [(3,1)^2 - (2,1)^2] : 1,3} : 0,07$$

d)
$$\frac{(6,75 - 4,5 \cdot 1\frac{2}{3}) \cdot 0,(6)}{\left[6\frac{2}{3} \cdot 0,15 - (0,25 - \frac{11}{12})\right] : 2\frac{2}{3}}$$

e)
$$\frac{\left((0,6)^2 + \frac{\frac{3}{5} \cdot 2,2}{0,9 - \frac{2}{5}}\right) \cdot 0,(2013)}{1,6 - \frac{1,4 + \frac{4}{5}}{2}} - (1 - 0,08 : 0,101).$$

21. Oblicz:

a)
$$\frac{142 \cdot 312 + 284 \cdot 44}{160 \cdot 30 - 16 \cdot 150}$$

c)
$$\frac{(9191)^2 - 4 \cdot 6363 \cdot 2828}{2525 \cdot 4949}$$

e)
$$\frac{81 \cdot 3636}{6363 \cdot 864 - 5454 \cdot 468}$$

b)
$$\frac{685 \cdot 654654}{327 \cdot 137137 + 137 \cdot 327327}$$

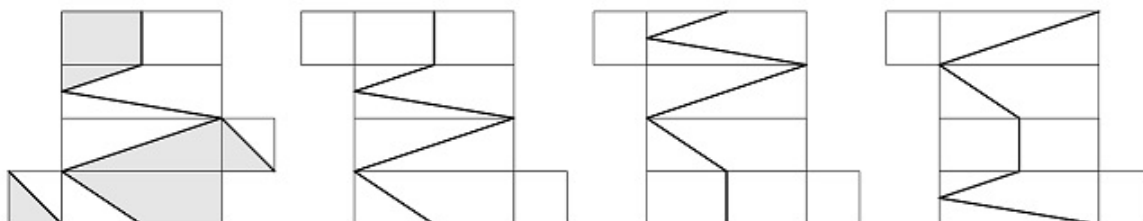
d)
$$\frac{20 \cdot 151515 + 202020 \cdot 15}{65 \cdot 313131 + 656565 \cdot 31} \cdot 2015$$

f)
$$\frac{11 \cdot 9494 \cdot 11}{3344 \cdot 55 + 4455 \cdot 33 + 5533 \cdot 44}$$

22. Czy liczba $666 \dots 6$, w której cyfra 6 powtarza się 2020 razy jest kwadratem liczby naturalnej?

23. Wyznacz wszystkie liczby pięciocyfrowe $\overline{abcde}$ podzielne przez 36, dla których $a < b < c < d < e$.

24. Siatkę prostopadłościanu o podstawie kwadratowej pomalowano dwoma kolorami, jak na rysunku. Na innych siatkach tego samego prostopadłościanu dorysuj brakujące odcinki i odpowiednio pokoloruj ściany.



25. Wskaż wszystkie pary cyfr x, y o tej własności, że po wstawieniu ich do zapisu liczby naturalnej $\overline{42x314y}$ otrzymamy liczbę podzielną przez 5 (4, 6, 8, 12, 15, 30, ...).

26. Rozważamy liczbę $a = 16 \cdot 20 \cdot 24 \cdot 28 \cdot 30$.

(a) Iloma zerami kończy się zapis dziesiętny tej liczby?

(b) Czy liczba a dzieli się przez 15, 21, 33, 56, 63, 81, 126, 250 ?

(c) Przez jaką najwyższą potęgę liczby 2 dzieli się liczba a ?

27. Czy liczba $b = 231 \cdot 132 + 891 \cdot 198$ jest podzielna przez 6, 10, 11, 12, 33, 44, 63, 121, 125 ?

28. Uzasadnij, że liczba $2021 \cdot (2019 \cdot 2023 + 4)$ jest sześcianem pewnej liczby naturalnej.

29. Do końca doby zostało 44% czasu, który upłynął od początku doby. Która jest godzina?

30. Andrzej jest lżejszy o 20% od Bartka, Bartek jest cięższy o 10% od Radka. Najlżejszy z chłopców waży 44 kg. Ustaw chłopców w kolejności od najlżejszego do najcięższego i podaj, ile waży każdy z nich.

Uwaga: W przygotowaniach do I spotkania etapu rejonowego można wykorzystać zbiory zadań: *Liga Zadaniowa*, str. 15-16 (zad. 8-102), str. 25-29 (zad. 1-12, 14-51); *Liga Zadaniowa – 30 lat konkursu matematycznego*, str. 11-13 (zad. 14-18); str. 42-45 (zad. 195-227), str. 46-48 (zad. 228-253); str. 54-56 (zad. 316-357); str. 29-31 (zad. 104, 105, 107, 110, 115-119) *Koło matematyczne w szkole podstawowej*, str. 121-131, 173-174; *Koło matematyczne w gimnazjum*, rozdziały: Liczby, Podzielność liczb, Procenty.

Dodatkowe zadania przygotowawcze na etap wojewódzki: *Liga Zadaniowa – 30 lat konkursu matematycznego*, zadania: 152, 156, 209, 225, 232, 234, 278, 288, 290, 570.