

Liga Zadaniowa – konkurs przedmiotowy z matematyki
Województwo kujawsko-pomorskie

Klasa VII szkoły podstawowej – ETAP REJONOWY
III spotkanie konkursowe – 25 marca 2023 r.

1. Uzasadnij, że cyfrą jedności liczby $k = 2^{20} \cdot 3^{30} + 2^{19} \cdot 3^{31} + 2^{18} \cdot 3^{32} + 2^{17} \cdot 3^{33}$ jest cyfra 0.

2. Przez jaką największą potęgę liczby 3 podzielna jest liczba $m = (9^{27} - 27^9) \cdot (3^9 - 9^3)$?

3. Wiadomo, że $c = \frac{a+b}{2a-2b}$. Wyznacz z tej równości zmienną a , a następnie oblicz wartość tej zmiennej, gdy $b = (-3)^3$ i $c = -0,4$.

4. Oblicz:
$$\frac{\sqrt{7 \cdot \sqrt{676} - 4 \cdot \sqrt[3]{343} + 2 \cdot \sqrt{121}} \cdot \sqrt{\frac{(11 - \sqrt{11}) \cdot (11 + \sqrt{11})}{10}}}{(-\sqrt[4]{121})^2}$$

5. W trzech skrzynkach, złotej, srebrnej i brązowej, znajdują się dukaty. W srebrnej jest 80 dukatów, w złotej o 20% mniej niż w srebrnej, a liczby dukatów w skrzynce brązowej nie znamy.

Gdyby ze złotej skrzynki przenieść do srebrnej czwartą część zawartości złotej skrzynki, następnie ze srebrnej skrzynki przenieść do skrzynki brązowej czwartą część (powiększonej) zawartości srebrnej skrzynki i wreszcie ze skrzynki brązowej przenieść czwartą część (powiększonej) zawartości tej skrzynki do skrzynki złotej, to w każdej z tych trzech skrzynek byłaby taka sama liczba dukatów.

Ile jest dukatów w skrzynce złotej, a ile w brązowej?

6. Ośmiu zawodników z numerami od 1 do 8 rozdzielamy na dwie drużyny, z których każda liczy czterech członków. W drużynie A kapitanem jest zawodnik z numerem 1, w drużynie B kapitanem jest zawodnik z numerem 2.

Na ile sposobów można utworzyć drużyny A i B w taki sposób, aby w każdej z nich dokładnie dwie osoby miały numery nieparzyste? Ile wśród tych par drużyn jest takich par, że sumy numerów wszystkich czterech członków w każdej z tych drużyn są dodatkowo podzielne przez liczbę 3? Wypisz te pary.

Uwaga 1. Wszystkie odpowiedzi do zadań powinny być uzasadnione.

Uwaga 2. Czas trwania konkursu - 90 minut.

Uwaga 3. Nie można używać kalkulatorów.