

Liga Zadaniowa - konkurs przedmiotowy z matematyki
Województwo kujawsko-pomorskie

Klasa VI szkoły podstawowej

Zadania przygotowawcze do I spotkania etapu rejonowego w dniu 18 listopada 2023 roku

Tematyka:

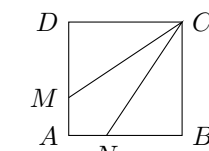
1. Podzielność liczb.
2. Działania na liczbach wymiernych dodatnich.
3. Podstawowe figury geometryczne i ich pola (bez układu współrzędnych).

1. Jak z rzeki zaczerpnąć dokładnie 1 litr wody, używając do tego celu dwóch naczyń o pojemności 3 litry i 5 litrów?

2. Oblicz: $\frac{1\frac{2}{3} \cdot 3\frac{4}{5} - 5\frac{6}{7}}{0,2 - 0,64 : 4,2}$.

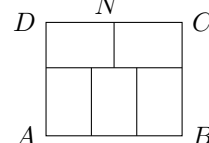
3. Tata Zbyszka pracuje w następującym systemie: pracuje przez pięć kolejnych dni, następnie przez cały dzień odpoczywa i znowu pracuje przez pięć kolejnych dni i jeden dzień odpoczywa i tak dalej. W sobotę, 19 listopada, tata Zbyszka odpoczywał, a w niedzielę, 20 listopada, rozpoczął pracę zgodnie z obowiązującym go rytmem. Podaj datę pierwszej niedzieli po 19 listopada, podczas której tata Zbyszka będzie odpoczywał.

4. Kwadrat $ABCD$ ma bok długości 3 cm. Punkty M i N leżą odpowiednio na bokach AD i AB w taki sposób, że odcinki CM i CN dzielą kwadrat na trzy figury o równych polach. Jaka jest długość odcinka DM ?



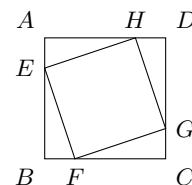
5. Znajdź wszystkie liczby naturalne sześciocyfrowe postaci $\overline{74x45y}$, które są podzielne przez 45.

6. Prostokąt $ABCD$ podzielono na pięć identycznych prostokątów – patrz rysunek. Obwód każdego z tych pięciu prostokątów jest równy 20 cm. Oblicz pole prostokąta $ABCD$.



7. W dużym worku rolnik przechowuje 100 kg mąki. Aby przygotować paszę dla zwierząt potrzebuje 9 kg mąki. Rolnik ma dwa puste wiaderka, o których wie, że jedno mieści 5 kg, zaś drugie 7 kg mąki. W jaki sposób może on odmierzyć potrzebne 9 kg mąki korzystając tylko z tych wiaderek?

8. W marcu pewnego roku było 5 poniedziałków. Które dni tygodnia na pewno nie mogły w tym miesiącu wystąpić 5 razy?



9. Czworokąt $ABCD$ jest kwadratem o polu 16 cm^2 . Punkty E, F, G, H leżą na bokach kwadratu $ABCD$ (jak na rysunku) i $|AE| = |BF| = |CG| = |DH| = 1 \text{ cm}$. Oblicz pole czworokąta $EFGH$.

10. Liczba naturalna nazywa się *aktualną*, jeśli zapisana jest przy pomocy różnych cyfr i iloczyn tych cyfr równy jest 3780. Podaj cztery przykłady liczb aktualnych takich, aby żadne dwie z nich nie były utworzone z tych samych zbiorów cyfr. Następnie oblicz różnicę między największą i najmniejszą liczbą aktualną.

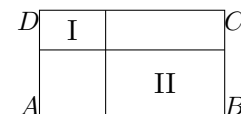
23	x	19
17	51	

11. Na rysunku podane są pola czterech prostokątów. Oblicz pole x .

12. Pole trapezu $ABCD$ jest równe 318 cm^2 . Długości podstaw trapezu wynoszą $|AB| = 28 \text{ cm}$ i $|CD| = 25 \text{ cm}$. Oblicz pole trójkąta ACD oraz pole trójkąta ABE , gdzie punkt E jest środkiem odcinka CD .

13. Pięciocyfrowa liczba naturalna $\overline{35x4y}$ jest podzielna przez 4, przez 5 i przez 9. Oblicz sumę cyfr x i y .

14. Prostokąt $ABCD$ podzielono na cztery mniejsze prostokąty (rysunek). Dwa z nich oznaczono I i II. Obwód prostokąta I jest równy 20 cm, zaś obwód prostokąta $ABCD$ jest równy 80 cm. Oblicz obwód prostokąta II.



15. Mamy 3 beczki: pierwsza jest pełna wody, a dwie kolejne są puste. Jeżeli drugą beczkę całkowicie wypełnimy wodą przelaną z pierwszej, to w pierwszej beczce zostanie połowa jej zawartości. Pojemność trzeciej beczki jest trzy razy mniejsza od pojemności drugiej beczki. Łączna pojemność wszystkich trzech beczek wynosi 500 litrów. Jaka jest pojemność każdej z tych beczek?

16. Beczka o pojemności 16 litrów jest wypełniona całkowicie sokiem jabłkowym. Michał posiada dodatkowo dwa puste naczynia, jedno o pojemności 11 litrów, a drugie o pojemności 6 litrów. W jaki sposób, przy pomocy tych trzech naczyń, może on odmierzyć dokładnie 7 litrów soku?

17. Oblicz: a) $\frac{(6\frac{3}{5} - 3\frac{3}{14}) \cdot 5\frac{5}{6}}{(21 - 1,25) : 2,5}$, b) $\frac{1\frac{5}{9} - \frac{11}{30} : 2\frac{5}{14}}{(2\frac{1}{15} + 3\frac{1}{3}) : 1,8}$, c) $\frac{1\frac{7}{10} + 1\frac{1}{15} : 2\frac{2}{3}}{5\frac{1}{2} - 0,78 : 0,6} : 0,5$, d) $\frac{6\frac{9}{16} - 3\frac{3}{16} : 4\frac{1}{4}}{1\frac{1}{3} + 1,25 - 6,2 \cdot \frac{1}{3}} : 2,25$.

18. Dzień 16 listopada 2019 roku wypada w sobotę. Która z poniższych dat wypadnie w sobotę w roku 2020: 28 stycznia, 22 lutego, 31 maja, 6 czerwca, 30 listopada? Określ, w jakie dni tygodnia wypadną pozostałe daty.
19. Iloczyn liczb wyrażających wiek moich dzieci wynosi 4131. Każde z moich dzieci jest starsze od ich dwuletniego kuzyna Jasia. W tej gromadce bliźnięta, Magda i Bartek, nie są najmłodsze. Ile mam dzieci?
20. Mamy do dyspozycji dwa naczynia: jedno o pojemności 9 litrów, a drugie o pojemności 5 litrów. W jaki sposób można za pomocą tych naczyń odmierzyć 8 litrów wody, czerpiąc wodę z jeziora?
21. Dnia 7 marca 2018 roku iloczyn numeru dnia i numeru miesiąca był równy $7 \cdot 3 = 21$. Ile razy w roku 2019 zdarzy się data, w której iloczyn numeru dnia i numeru miesiąca będzie wielokrotnością liczby 4?
22. W prostokącie $STOP$ bok OP ma długość 2018 mm, zaś bok PS długość 1 cm. Wiadomo, że punkt I jest środkiem boku TO , punkt K środkiem boku PS , zaś punkt L środkiem boku ST . Oblicz pole czworokąta $KLIP$.
23. Liczba naturalna nazywa się *modną*, jeśli zapisana jest przy pomocy **różnych** cyfr, których iloczyn jest równy 5040. Podaj trzy przykłady liczb *modnych* takich, aby żadne dwie z nich nie były utworzone z takich samych zbiorów cyfr. Następnie oblicz różnicę między największą i najmniejszą liczbą *modną*.
24. Jak z wypełnionego mlekiem dzbanka o pojemności 12 litrów odlać 6 litrów mleka, używając tylko dwóch pustych na początku dzbanków o pojemnościach 8 litrów i 5 litrów?
25. Liczba palindromiczna nie zmienia wartości, gdy czytamy ją w przód i wstecz, np. 323, 4224, 32123, 553355. Podaj najmniejszą i największą pięciocyfrową liczbę palindromiczną podzieloną przez 45.
26. Liczby czterocyfrowe o różnych cyfrach, zapisane za pomocą cyfr 0, 1, 2, 9 ustawiamy w porządku rosnącym. Podaj ostatnią liczbę w tym ustawieniu. Na którym miejscu w tym ustawieniu znajduje się liczba 2019?
27. W kwadracie o obwodzie 8 cm połączono odcinkami środki pewnych dwóch sąsiednich boków oraz wierzchołek nienależący do tych boków. Jaką część pola kwadratu stanowi pole otrzymanego wewnątrz kwadratu trójkąta ostrokątnego?
28. Dwa prostokątne ogródki działkowe mają równe pola i przylegają do siebie nawzajem dłuższymi bokami. Ich szerokości to 10 m i 12,5 m, a ich długości różnią się o 4 m. Ile siatki ogrodzeniowej muszą wspólnie kupić właściciele tych ogródków, aby odгородzić się od sąsiadów i od siebie nawzajem?
29. Używając jedynie liczb naturalnych zapisanych samymi jedynekami, utwórz sumę mającą jak najmniej składników i równą 7531.
30. W trójkącie ABC o polu 20 cm^2 bok AB ma długość 4 cm. Punkt D leży na boku AB i $|AD| = 1 \text{ cm}$. Obliczyć pole trójkąta DBC .
31. Badając drzewo genealogiczne swojej rodziny Paweł stwierdził, że jego prababcia urodziła się jeszcze w XIX wieku, w roku którego numer jest liczbą podzieloną przez 24 i mającą sumę cyfr równą 24, a zmarła w XX wieku, w roku, którego numer ma takie same dwie własności. Ile lat żyła prababcia Pawła?
32. Alicja, Beata, Celina i Dorota wybrały się na grzyby. Alicja zebrała trzy razy więcej grzybów od Beaty, Beata trzy razy więcej od Celiny, a Celina trzy razy więcej od Doroty. Wiadomo, że razem mają więcej niż 50, ale mniej niż 100 grzybów. Ile grzybów ma każda z dziewczynek?
33. W pewnym miesiącu trzy czwartki wypadły w dni parzyste. Jaki dzień tygodnia wypadł osiemnastego tego miesiąca?
34. Iloczyn liczb wyrażających wiek moich dzieci wynosi 1664. Najstarsze dziecko jest dwa razy starsze od najmłodszego. Ile mam dzieci?
35. Wyznacz wszystkie możliwe sumy trzech liczb naturalnych, których iloczyn jest równy 30.
36. Każda z liter A , B i C oznacza pewną cyfrę. Znajdź te cyfry wiedząc, że $A < B < C$ oraz spełniony jest warunek zapisany obok.

$$\begin{array}{rcccc}
 & A & B & C & \\
 + & C & B & A & \\
 \hline
 & 1 & 5 & 3 & 4
 \end{array}$$

Uwaga I: Dodatkowe zadania przygotowawcze można znaleźć w książce „Liga Zadaniowa” str. 15 - 18 i str. 25 - 27, w książce „Liga Zadaniowa – 30 lat konkursu matematycznego” str. 11 - 12 (zad. 13 - 17), str. 46 – 48 (zad. 228 - 257) oraz w książce „Koło matematyczne w szkole podstawowej”.

Uwaga II: W soboty, począwszy od 14 października, o godzinie 9:00 na Wydziale Matematyki i Informatyki UMK w Toruniu, ul. Chopina 12/18, odbywać się będą zajęcia koła matematycznego dla uczniów klas VI (lub młodszych) o tematyce związanej z „Ligą Zadaniową”. Harmonogram zajęć można znaleźć na stronie Ligi Zadaniowej <https://liga.mat.umk.pl/> Serdecznie zapraszamy.