

Liga Zadaniowa - konkurs przedmiotowy z matematyki
Województwo kujawsko-pomorskie

Klasa VI szkoły podstawowej

Zadania przygotowawcze do I spotkania etapu rejonowego w dniu 16 listopada 2024 roku

Tematyka:

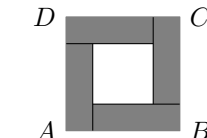
1. Podzielność liczb.
2. Działania na liczbach wymiernych dodatnich.
3. Podstawowe figury geometryczne i ich pola (bez układu współrzędnych).

1. Mamy do dyspozycji dwa naczynia: jedno o pojemności 7 litrów, a drugie o pojemności 5 litrów. W jaki sposób można za pomocą tych naczyń odmierzyć 6 litrów wody, czerpiąc wodę z jeziora?

2. Oblicz: $\frac{\left(7\frac{3}{4} - 4\frac{1}{2} \cdot 1\frac{2}{3}\right) \cdot 2\frac{1}{2}}{\left(6\frac{2}{3} \cdot 0,15 - \left(\frac{11}{12} - 0,25\right)\right) : 2\frac{2}{3}}.$

3. Pięcioro uczniów trenuje pływanie. Wszyscy przybyli na trening we wtorek 3 stycznia 2023 roku. Wiadomo, że Agnieszka trenuje codziennie, Magda co 2 dni, Kamil co 3 dni, Piotr co 4 dni, a Zbyszek co 5 dni. W jakich **dniach tygodnia** i w jakich **miesiącach** spotkali się oni WSZYSCY na kolejnych DWÓCH WSPÓLNYCH treningach?

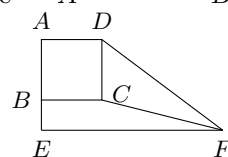
4. Kwadrat $ABCD$ składa się z białego kwadratu i czterech jednakowych szarych prostokątów, jak pokazano na rysunku obok. Obwód każdego z tych czterech prostokątów jest równy 1,4 m. Ile jest równe pole oraz obwód kwadratu $ABCD$?



5. Rozważamy liczby naturalne trzycyfrowe, które są zapisane za pomocą różnych cyfr i takie, że iloczyn tych cyfr jest równy 40. a) Znajdź wszystkie takie liczby.

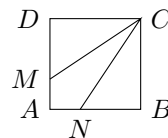
b) Oblicz różnicę między największą i najmniejszą spośród tych liczb.

6. Przedstawione na rysunku figury: kwadrat $ABCD$, trójkąt DCF i trapez $BCFE$, mają równe pola. Oblicz długość odcinka BE , jeśli wiadomo, że $|AB| = 8$ cm.

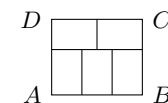


7. Jak z rzeki zaczerpnąć dokładnie 1 litr wody, używając do tego celu dwóch naczyń o pojemności 3 litry i 5 litrów?

8. Tata Zbyszka pracuje w następującym systemie: pracuje przez pięć kolejnych dni, następnie przez cały dzień odpoczywa i znowu pracuje przez pięć kolejnych dni i jeden dzień odpoczywa i tak dalej. W sobotę, 19 listopada, tata Zbyszka odpoczywał, a w niedzielę, 20 listopada, rozpoczął pracę zgodnie z obowiązującym go rytmem. Podaj datę pierwszej niedzieli po 19 listopada, podczas której tata Zbyszka będzie odpoczywał.



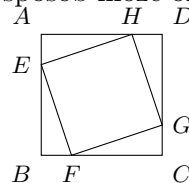
9. Kwadrat $ABCD$ ma bok długości 3 cm. Punkty M i N leżą odpowiednio na bokach AD i AB w taki sposób, że odcinki CM i CN dzielą kwadrat na trzy figury o równych polach. Jaka jest długość odcinka DM ?



10. Znajdź wszystkie liczby naturalne sześciocyfrowe postaci $\overline{74x45y}$, które są podzielne przez 45.

11. Prostokąt $ABCD$ podzielono na pięć identycznych prostokątów – patrz rysunek. Obwód każdego z tych pięciu prostokątów jest równy 20 cm. Oblicz pole prostokąta $ABCD$.

12. W dużym worku rolnik przechowuje 100 kg mąki. Aby przygotować paszę dla zwierząt potrzebuje 9 kg mąki. Rolnik ma dwa puste wiaderka, o których wie, że jedno mieści 5 kg, zaś drugie 7 kg mąki. W jaki sposób może on odmierzyć potrzebne 9 kg mąki korzystając tylko z tych wiaderek?



13. W marcu pewnego roku było 5 poniedziałków. Które dni tygodnia na pewno nie mogły w tym miesiącu wystąpić 5 razy?

14. Czworokąt $ABCD$ jest kwadratem o polu 16 cm^2 . Punkty E, F, G, H leżą na bokach kwadratu $ABCD$ (rysunek) i $|AE| = |BF| = |CG| = |DH| = 1$ cm. Oblicz pole czworokąta $EFGH$.

15. Dzień 16 listopada 2019 roku wypada w sobotę. Która z poniższych dat wypadnie w sobotę w roku 2020: 28 stycznia, 22 lutego, 31 maja, 6 czerwca, 30 listopada? Określ, w jakie dni tygodnia wypadną pozostałe daty.

16. Liczba naturalna nazywa się *aktualną*, jeśli zapisana jest przy pomocy różnych cyfr i iloczyn tych cyfr równy jest 3780. Podaj cztery przykłady liczb aktualnych takich, aby żadne dwie z nich nie były utworzone z tych samych zbiorów cyfr. Następnie oblicz różnicę między największą i najmniejszą liczbą aktualną.

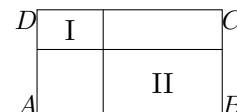
17. Wyznacz wszystkie możliwe sumy trzech liczb naturalnych, których iloczyn jest równy 30.

23	x	19
17	51	

18. Na rysunku podane są pola czterech prostokątów. Oblicz pole x .

19. Pole trapezu $ABCD$ jest równe 318 cm^2 . Długości podstaw trapezu wynoszą $|AB| = 28$ cm i $|CD| = 25$ cm. Oblicz pole trójkąta ACD oraz pole trójkąta ABE , gdzie punkt E jest środkiem odcinka CD .

20. Prostokąt $ABCD$ podzielono na cztery mniejsze prostokąty (rysunek). Dwa z nich oznaczono I i II. Obwód prostokąta I jest równy 20 cm, zaś obwód prostokąta $ABCD$ jest równy 80 cm. Oblicz obwód prostokąta II.



21. Pięciocyfrowa liczba naturalna $\overline{35x4y}$ jest podzielna przez 4, przez 5 i przez 9. Oblicz sumę cyfr x i y .
22. Mamy 3 beczki: pierwsza jest pełna wody, a dwie kolejne są puste. Jeżeli drugą beczkę całkowicie wypełnimy wodą przelaną z pierwszej, to w pierwszej beczce zostanie połowa jej zawartości. Pojemność trzeciej beczki jest trzy razy mniejsza od pojemności drugiej beczki. Łączna pojemność wszystkich trzech beczek wynosi 500 litrów. Jaka jest pojemność każdej z tych beczek?
23. Beczka o pojemności 16 litrów jest wypełniona całkowicie sokiem jabłkowym. Michał posiada dodatkowo dwa puste naczynia, jedno o pojemności 11 litrów, a drugie o pojemności 6 litrów. W jaki sposób, przy pomocy tych trzech naczyń, może on odmierzyć dokładnie 7 litrów soku?
24. Oblicz: a) $\frac{(6\frac{3}{5} - 3\frac{3}{14}) \cdot 5\frac{5}{6}}{(21 - 1,25) : 2,5}$, b) $\frac{1\frac{5}{9} - \frac{11}{30} : 2\frac{5}{14}}{(2\frac{1}{15} + 3\frac{1}{3}) : 1,8}$, c) $\frac{1\frac{2}{3} \cdot 3\frac{4}{5} - 5\frac{6}{7}}{0,2 - 0,64 : 4,2}$, d) $\frac{6\frac{9}{16} - 3\frac{3}{16} : 4\frac{1}{4}}{1\frac{1}{3} + 1,25 - 6,2 \cdot \frac{1}{3}} : 2,25$.
25. Iloczyn liczb wyrażających wiek moich dzieci wynosi 4131. Każde z moich dzieci jest starsze od ich dwuletniego kuzyna Jasia. W tej gromadce bliźnięta, Magda i Bartek, nie są najmłodsze. Ile mam dzieci?
26. Dnia 7 marca 2018 roku iloczyn numeru dnia i numeru miesiąca był równy $7 \cdot 3 = 21$. Ile razy w roku 2019 zdarzy się data, w której iloczyn numeru dnia i numeru miesiąca będzie wielokrotnością liczby 4?
27. W prostokącie $STOP$ bok OP ma długość 2018 mm, zaś bok PS długość 1 cm. Wiadomo, że punkt I jest środkiem boku TO , punkt K środkiem boku PS , zaś punkt L środkiem boku ST . Oblicz pole czworokąta $KLIP$.
28. Jak z wypełnionego mlekiem dzbanka o pojemności 12 litrów odlać 6 litrów mleka, używając tylko dwóch pustych na początku dzbanków o pojemnościach 8 litrów i 5 litrów?
29. Liczba palindromiczna nie zmienia wartości, gdy czytamy ją w przód i wstecz, np. 323, 4224, 32123, 553355. Podaj najmniejszą i największą pięciocyfrową liczbę palindromiczną podzieloną przez 45.
30. Liczby czterocyfrowe o różnych cyfrach, zapisane za pomocą cyfr 0, 1, 2, 9 ustawiamy w porządku rosnącym. Podaj ostatnią liczbę w tym ustawieniu. Na którym miejscu w tym ustawieniu znajduje się liczba 2019?
31. Dwa prostokątne ogródki działkowe mają równe pola i przylegają do siebie nawzajem dłuższymi bokami. Ich szerokości to 10 m i 12,5 m, a ich długości różnią się o 4 m. Ile siatki ogrodzeniowej muszą wspólnie kupić właściciele tych ogródków, aby odgrodzić się od sąsiadów i od siebie nawzajem?
32. Używając jedynie liczb naturalnych zapisanych samymi jedynekami, utwórz sumę mającą jak najmniej składników i równą 7531.
33. W trójkącie ABC o polu 20 cm^2 bok AB ma długość 4 cm. Punkt D leży na boku AB i $|AD| = 1 \text{ cm}$. Obliczyć pole trójkąta DBC .
34. Badając drzewo genealogiczne swojej rodziny Paweł stwierdził, że jego prababcia urodziła się jeszcze w XIX wieku, w roku którego numer jest liczbą podzielną przez 24 i mającą sumę cyfr równą 24, a zmarła w XX wieku, w roku, którego numer ma takie same dwie własności. Ile lat żyła prababcia Pawła?
35. Alicja, Beata, Celina i Dorota wybrały się na grzyby. Alicja zebrała trzy razy więcej grzybów od Beaty, Beata trzy razy więcej od Celiny, a Celina trzy razy więcej od Doroty. Wiadomo, że razem mają więcej niż 50, ale mniej niż 100 grzybów. Ile grzybów ma każda z dziewczynek?
36. W pewnym miesiącu trzy czwartki wypadły w dni parzyste. Jaki dzień tygodnia wypadł 18-go tego miesiąca?
37. Iloczyn liczb wyrażających wiek moich dzieci wynosi 1664. Najstarsze dziecko jest dwa razy starsze od najmłodszego. Ile mam dzieci?
38. Każda z liter A , B i C oznacza pewną cyfrę. Znajdź te cyfry wiedząc, że $A < B < C$ oraz

$$\begin{array}{r} A \quad B \quad C \\ + \quad C \quad B \quad A \\ \hline 1 \quad 5 \quad 3 \quad 4 \end{array}$$

Uwaga I: Dodatkowe zadania przygotowawcze można znaleźć w książce „Liga Zadaniowa” str. 15 - 18 i str. 25 - 27, w książce „Liga Zadaniowa – 30 lat konkursu matematycznego” str. 11 - 12 (zad. 13 - 17), str. 46 – 48 (zad. 228 - 257) oraz w książce „Koło matematyczne w szkole podstawowej”.

Uwaga II: W soboty, począwszy od 12 października, o godzinie 9:00 na Wydziale Matematyki i Informatyki UMK w Toruniu, ul. Chopina 12/18, odbywać się będą zajęcia koła matematycznego dla uczniów klas VI (lub młodszych) o tematyce związanej z „Ligą Zadaniową”. Harmonogram zajęć można znaleźć na stronie Ligi Zadaniowej <https://liga.mat.umk.pl> Serdecznie zapraszamy.