

Liga Zadaniowa - konkurs przedmiotowy z matematyki

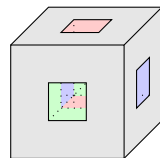
Województwo kujawsko-pomorskie

Klasa VI szkoły podstawowej

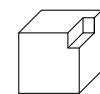
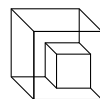
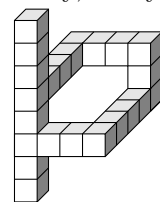
Zadania przygotowawcze do III spotkania etapu rejonowego w dniu 29 marca 2025 roku

Tematyka:

1. Proste wyrażenia algebraiczne.
 2. Zadania tekstowe wymagające znajomości prostych równań i nierówności.
 3. Proste obliczenia procentowe.
 4. Bryły przestrzenne - graniastoslupy.
1. Rozwiąż równanie: $((((5x - 10) \cdot 3 + 20) \cdot 4 + 65) \cdot 5 + 10) \cdot 2 - 46 = 2024$.
 2. Michał ma 70 identycznych sześciennych klocków, każdy o krawędzi długości 1 dm. Ze wszystkich tych klocków zbudował pełny prostopadłościan o tej własności, że obwód podstawy jest równy 18 dm. Jaka jest wysokość zbudowanego prostopadłościanu?
 3. Bilet wstępu do muzeum kosztuje 10 zł dla dorosłych. Dzieci płacą połowę tej ceny. W ubiegłą niedzielę muzeum odwiedziło 50 osób, płacąc za bilety łącznie 350 zł. Ilu dorosłych było wśród zwiedzających?
 4. Marysia pomalowała na żółto prostopadłościenny drewniany klocek o objętości 70 cm^3 i całkowitych wymiarach. Następnie rozcięła go na sześciany o krawędzi 1 cm. Niektóre z tych sześciąt miały dokładnie jedną ścianę żółtą. Ile było takich sześciąt?
 5. Natalia i Szymon mają łącznie 38 lat. Za 3 lata Szymon będzie o 20% starszy od Natalii. Ile lat mają teraz?
 6. Kazimierz Jagiellończyk to jeden z najdłużej panujących królów Polski. Rządził od koronacji aż do śmierci. Gdyby żył 5 lat dłużej i panowałby do śmierci, to byłby królem przez $\frac{5}{7}$ swojego życia. Gdyby zaś żył 5 lat krócej i panował do śmierci, to byłby nim przez $\frac{2}{3}$ swojego życia. Ile lat żył i ile lat sprawował władzę królewską?
 7. Pole powierzchni dna pewnego prostopadłościennego naczynia jest równe 25 cm^2 . Podstawą tego prostopadłościanu jest kwadrat. Do naczynia wiano tyle soku, że powierzchnia płynu znajduje się o 1 cm niżej niż brzeg naczynia. Do tego samego naczynia wkładamy sześciennie kostki lodu o krawędziach długości 2 cm, przy czym każda kostka zanurza się do $\frac{6}{7}$ swojej objętości. Ile maksymalnie kostek lodu możemy włożyć do naczynia, nie powodując rozlania soku?
 8. Jeżeli dwa przeciwległe boki kwadratu skrócimy o 20%, a dwa pozostałe wydłużymy o 4,4 cm, to otrzymamy nowy czworokąt o obwodzie dwukrotnie większym od obwodu kwadratu. Uzasadnij, że pole nowego czworokąta jest większe od pola kwadratu o $6,24 \text{ cm}^2$.
 9. W trzech skrzyniach znajduje się 64,2 kg cukru. W drugiej skrzyni znajduje się $\frac{4}{5}$ zawartości pierwszej skrzyni, a w trzeciej $42\frac{1}{2}\%$ tego co w drugiej skrzyni. Ile kilogramów cukru znajduje się w każdej skrzyni?
 10. Test składa się z 25 pytań. Za każdą prawidłową odpowiedź uczeń otrzymuje 4 punkty, za każdą błędną traci 1 punkt, a za brak odpowiedzi dostaje 0 punktów. Janek zdobył 77 punktów. Na ile pytań nie odpowiedział?
 11. Obwody trzech działek, z których jedna ma kształt kwadratu, a dwie pozostałe kształt prostokątów, są jednakowe i wynoszą po 120 metrów. Długość jednej działki prostokątnej stanowi 150% jej szerokości. Szerokość drugiej działki prostokątnej stanowi $\frac{5}{7}$ jej długości. Oblicz pole każdej działki. Która z tych trzech działek ma największe pole?
 12. Jan twierdzi, że liczbę 2022 można przedstawić w postaci sumy sześciu kolejnych liczb naturalnych. Czy Jan ma rację?
 13. Na dnie pustego prostopadłościennego akwarium ułożono obok siebie 3 ciężkie sześciennie kostki, jedną o krawędzi długości 5 cm, drugą o krawędzi długości 10 cm i trzecią o krawędzi długości 15 cm, przy czym w każdej kostce jedna ze ścian leży całkowicie na dnie. Głębokość akwarium jest równa 20 cm, a prostokątne dno ma wymiary $40 \text{ cm} \times 60 \text{ cm}$. Do akwarium nalano tyle wody, że powierzchnia wody znajdowała się o 4 cm niżej niż górny brzeg akwarium. Ile litrów wody wiano do akwarium?
 14. Pięć ścian drewnianego klocka w kształcie sześcianu o krawędzi długości 4 cm pomalowano na czerwono, a jedną na niebiesko. Następnie rozcięto go na jednakowe sześciany o krawędzi długości 1 cm. Ile spośród tych sześciąt: (a) ma co najmniej jedną ścianę koloru czerwonego? (b) ma tylko jedną ścianę pomalowaną i jest ona czerwona? (c) ma dokładnie dwie ściany pomalowane, z których jedna jest czerwona, a druga niebieska? (d) nie ma ani jednej ściany pomalowanej?
 15. Marcel usłyszał w sklepie, że jutro nastąpi obniżka cen o 20%. Pomyślał, że mimo to zabraknie mu 3 talarów, by kupić wymarzoną figurkę rycerza. Gdy kolejnego dnia wybrał się do sklepu okazało się, że sklep obniżył cenę figurki nie o 20%, ale aż o 40%. Marcel ucieszył się, bo w tej sytuacji po dokonaniu zakupu zostanie mu jeszcze 5 talarów. Ile kosztowała figurka rycerza przed obniżką?
 16. Szczelnie zamknięte prostopadłościennie szklane pudełko o wymiarach $5 \text{ cm} \times 2 \text{ m} \times 20 \text{ cm}$ jest częściowo napełnione wodą. Pudełko stoi na najmniejszej ścianie, a woda sięga do wysokości 16 cm. Do jakiej wysokości sięgnie woda, gdy pudełko będzie leżało na największej ścianie?
 17. Na dwóch drzewach siedziało łącznie 20 wróbli. W pewnym momencie 2 wróble z pierwszego drzewa przeleciały na drugie drzewo, a z drugiego drzewa 4 wróble odleciały do sąsiedniej wioski. W efekcie tego na pierwszym drzewie pozostało trzy razy więcej wróbli niż na drugim drzewie. Ile wróbli było początkowo na każdym drzewie?



18. Dany jest sześciian (pełny w środku) o krawędzi długości 3 cm. W tym sześcianie wydrążono na wylot trzy tunele o przekroju kwadratu, którego bok ma długość 1 cm. Częścią wspólną tych trzech tuneli jest sześciian o krawędzi długości 1 cm. Oblicz objętość i pole powierzchni otrzymanej bryły (to znaczy łączne pole wszystkich ścian, również tych, które powstały w „środku” sześcianu po wydrążeniu tuneli).
19. Adam i Zosia otworzyli skarbonkę, w której trzymali tylko monety jednozłotowe. Najpierw Adam wziął ze skarbonki 20% zebranej tam kwoty i jeszcze 40 zł. Następnie Zosia wybrała 25% pozostałej kwoty i jeszcze 50 zł. Rozstrzygnij, czy Zosia i Adam wybrali tyle samo pieniędzy, czy też któreś z nich wzięło więcej?
20. Długość pierwszego prostokąta jest o 50% większa od jego szerokości. Obwód drugiego prostokąta, którego każdy bok jest o 2 cm dłuższy od odpowiedniego boku prostokąta pierwszego, stanowi 110% obwodu prostokąta pierwszego. O ile cm^2 pole drugiego prostokąta jest większe od pola prostokąta pierwszego?
21. Marcel jest o 6 lat młodszy od swego brata Adama. Adam ma obecnie 5 razy więcej lat, niż Marcel miał wtedy, kiedy Adam miał tyle lat, ile lat ma teraz Marcel. Ile lat ma każdy z braci?
22. Z kostek sześciennych o krawędzi 1 cm sklejono figurę taką, jak pokazano na rysunku. (a) Oblicz objętość i pole powierzchni całkowitej tej figury. (b) Podaj, ile co najmniej kostek należy dołożyć do tej figury, aby otrzymać pełen prostopadłościan, a ile, aby otrzymać pełen sześciian?
23. Rozwiąż równanie
- a) $((((10 - 5x) \cdot 2 + 16) \cdot 4 - 3) \cdot 5 + 10) \cdot 5 - 75 = 2500$ c) $0,8 \cdot \left[\left(\frac{1}{4}x - 1,2 \right) \cdot \frac{9}{4} + 2,4 \right] = 4,8.$
- b) $\frac{(\frac{2}{3} + x) : 5}{3 - 0,8} + 2\frac{1}{11} = 0,7 : 0,3$ d) $\left(\left(6\frac{3}{7} - \frac{0,75x - 2}{0,35} \right) \cdot 2,8 + 1\frac{3}{4} \right) : 0,05 = 235$
24. Po przecenie o 20% buty kosztowały 160 zł. Następnie cenę tych butów zmniejszono o 15%, a po miesiącu dokonano kolejnej przeceny, po której buty kosztowały 95,20 zł. a) Jaka była cena początkowa tych butów? b) O ile procent obniżono cenę butów za trzecim razem? c) O ile procent łącznie obniżono cenę butów?
25. Obwód czworokąta wynosi 0,28 m. Długość drugiego boku tego czworokąta jest o 5 cm większa od $\frac{1}{3}$ długości pierwszego boku. Długość trzeciego boku stanowi 75% długości drugiego boku, a długość czwartego boku stanowi $\frac{5}{6}$ długości trzeciego boku. Oblicz długość każdego boku tego czworokąta.
26. W pierwszym tygodniu marca pani Zosia wydała $\frac{1}{2}$ wszystkich swoich oszczędności, w drugim tygodniu $\frac{1}{3}$ tego, co jej pozostało, a w trzecim tygodniu $\frac{1}{2}$ tego, co jeszcze posiadała i 60 zł. Po wszystkich tych wydatkach, z całych oszczędności, zostało jej 240 zł. Ile oszczędności miała pani Zosia oraz ile z tych oszczędności wydała w pierwszym, drugim, a ile w trzecim tygodniu marca?
27. Wszystkie ściany pewnego prostopadłościanu pomalowano, a potem podzielono go na 24 jednakowe sześcianniki. Wśród tych sześcianników jest 12 z dokładnie dwiema pomalowanymi ścianami. Wyznacz wymiary tego prostopadłościanu.
28. Adrianna dodała długości trzech boków prostokąta i otrzymała 44 cm. Ewelina również dodała długości trzech boków tego prostokąta i otrzymała 40 cm. Jaki jest obwód tego prostokąta?
29. Gromada pszczół przyleciała na łąkę. Pierwsza grupa pszczół, stanowiąca piątą część pszczelej gromadki, usiadła na kwiatach magnolii. Druga grupa, stanowiąca trzecią część gromadki, usiadła na kwiatach lotosu. Trzecia grupa pszczół, których liczba była potrojoną różnicą liczb pszczół w grupie drugiej i pierwszej, poleciała ku kwiatom jaśminu. Jedna tylko pszczółka, zwabiona pachnącym kwiatem koniczyzny, krążyła nad nim. Ile pszczół było w tej gromadce na początku?
30. Ile różnych prostopadłościanów można ułożyć z 24 jednakowych sześciannów o krawędzi 1 cm? Podaj ich wymiary. (Jeśli podane wymiary różnią się tylko kolejnością np. $3 \times 4 \times 5$ i $4 \times 5 \times 3$, to uznajemy, że oba prostopadłościany są identyczne.)
31. Adam miał naczynie w kształcie sześcianu o krawędzi długości 20 cm. Na jego dnie położył sześcienną kostkę o krawędzi 10 cm. Do tak przygotowanego naczynia wlał 5 litrów wody. Czy cała sześcienna kostka będzie zalana wodą? Jak wysoko będzie sięgał poziom wody w tym naczyniu?
32. Dwaj panowie mają razem 63 lata. Pierwszy z nich ma dwa razy więcej lat niż drugi miał wtedy, gdy pierwszy miał tyle lat co teraz drugi. Ile każdy z nich ma lat?
33. Z kamiennej bryły w kształcie sześcianu o objętości 512 dm^3 wycięto i usunięto prostopadłościan (patrz rysunek). Jakie jest pole powierzchni pozostałej bryły?
34. Starszy brat powiedział do młodszego: Daj mi 8 zł, wtedy będę miał dwa razy więcej pieniędzy niż ty. Młodszy na to: Lepiej będzie, jeśli ty dasz mi 8 zł, bo wtedy będziemy mieli po tyle samo. Ile pieniędzy miał każdy z nich?



Uwaga I: Dodatkowe zadania przygotowawcze można znaleźć w książkach „Liga Zadaniowa – 30 lat konkursu matematycznego” (zad. 47-52, 99-110, 209-225, 565-578) oraz „Koło matematyczne w szkole podstawowej” (zad. 532-542).

Uwaga II: W soboty, począwszy od 12 października, o godzinie 9:00 na Wydziale Matematyki i Informatyki UMK w Toruniu, ul. Chopina 12/18, odbywają się zajęcia koła matematycznego dla uczniów klas VI (lub młodszych) o tematyce związanej z „Ligą Zadaniową”. Harmonogram zajęć można znaleźć na stronie Ligi Zadaniowej <https://liga.mat.umk.pl/> Serdecznie zapraszamy.