

Zadania przygotowawcze na II spotkanie konkursowe w dniu 9.01.2010r.

- Oblicz pole czworokąta $ABCD$, mając dane współrzędne punktów:
 $A = (-2; 6)$, $B = (4; 4)$, $C = (5; -3)$, $D = (-4; -2)$.
- W trójkącie ostrokątnym ABC wysokość CD tworzy z bokiem AC kąt o mierze 30° .
 Kąt przy wierzchołku B w tym trójkącie jest dwukrotnie większy niż kąt przy wierzchołku C .
 Wyznacz miary kątów wewnętrznych trójkąta ABC .
- Uzupełnij kwadrat magiczny:

$3x - 10$	$-2x + 1$	$5 + x$

- Dane są punkty o współrzędnych $(-3, -1)$, $(3, -1)$, $(1, 3)$. Wyznacz wszystkie równoległoboki, których trzy wierzchołki znajdują się w podanych punktach.
- W trójkąt o kątach 40° , 70° , 70° wpisano okrąg i połączono punkty styczności trójkąta i okręgu. Oblicz miary kątów powstałego trójkąta.
- Niech P będzie dowolnym punktem czworokąta wypukłego $ABCD$. Punkt ten połączono z punktami K , L , M , N będącymi środkami odpowiednio boków AB , BC , CD , DA .
 Udowodnij, że suma pól czworokątów $AKPN$ i $CMPL$ jest równa sumie pól czworokątów $BLPK$ i $DMPN$.
- W trójkącie równoramiennym ABC , gdzie $|AB| = |BC|$, miara jednego z kątów zewnętrznych jest równa 110° . Wyznacz miary kątów wewnętrznych trójkąta.
- Uzupełnij kwadraty magiczne:

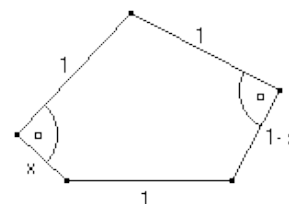
(a)

	$-2n^2 - 1$	n^2
	$3n^2$	

(b)

$5x - 20$	$-x + 3$	$11 - x$

- Dane są punkty o współrzędnych $(-2, -1)$, $(4, 1)$, $(0, 3)$. Wyznacz wszystkie równoległoboki, których trzy wierzchołki znajdują się w podanych punktach.
- Punkty A , B , C , D i E dzielą okrąg na równe części i leżą na okręgu w podanej kolejności.
 Oblicz miary: kąta CDE , kąta CDE oraz kąta CEA .
- Oblicz pole wielokąta przedstawionego na rysunku wiedząc, że $0 < x < 1$. Ponadto podano długości boków i zaznaczone kąty są proste.



12. Wiedząc, że $\frac{a}{a+b} = \frac{1}{2009}$, oblicz $\frac{b}{a+3b}$.

13. Punkty $A = (4, -2)$ i $B = (4, 4)$ są wierzchołkami trójkąta ABC, którego pole jest równe 15.

Znajdź współrzędne punktu C wiedząc, że:

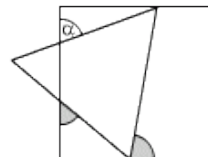
- trójkąt ABC jest równoramienny i odcinek AB jest jego podstawą,
- trójkąt ABC jest prostokątny,
- druga współrzędna punktu C jest równa -3.

Uwaga: Kady z podpunktów traktujemy jako osobne zadanie.

14. Ile jest różnych trójkątów prostokątnych o polu 2004 i przyprostokątnych naturalnej długości?

15. Na rysunku widoczny jest kwadrat i trójkąt równoboczny.

Kąt α ma miarę 70° . Oblicz miary dwóch kątów zaznaczonych na rysunku.

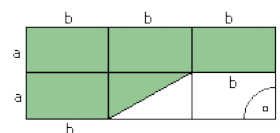


16. Zapisz i doprowadź do najprostszej postaci wyrażenie algebraiczne, na którego podstawie

można obliczyć kwotę spłaconych pieniędzy, jeśli mowa między dłużnikiem a wierzycielem zakłada, że pierwsze trzy raty będą jednakowej wysokości, a każda następna będzie równa połowie poprzedniej oraz, że wszystkich rat będzie 10.

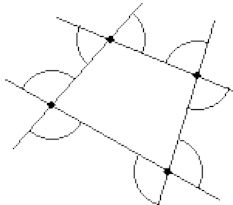
17. Jakie jest pole i obwód zamalowanego wielokąta?

Odpowiedź podaj w postaci jak najprostszego wyrażenia algebraicznego.

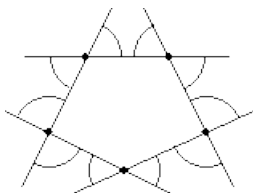


18. W każdym z wielokątów na rysunkach poniżej oblicz sumę miar kątów zaznaczonych łukami. Co zauważyłeś?

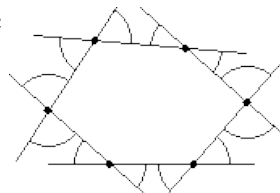
a



b



c



19. Czy istnieje sześciokąt wypukły, w którym cztery kąty wewnętrzne są proste?

20. Znajdź wszystkie liczby pierwsze p , jeżeli wiadomo, że $p + 2$ i $p + 4$ są też liczbami pierwszymi.

Uwaga:

Dodatkowe zadania przygotowawcze można znaleźć w książce Liga Zadaniowa na stronach 25-27, 15-18, 78-90.