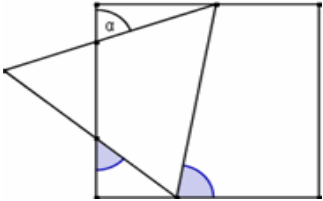


LIGA ZADANIOWA UMK W TORUNIU
ZADANIA W ROKU SZKOLNYM 2009/2010

Zadania niespodzianki na zakończenie konkursu dla uczniów klas I gimnazjum

1. Iloczyn liczby naturalnej przez sumę jej cyfr wynosi 2008. Wyznaczyć wszystkie liczby o tej własności.
2. Mamy 8 odcinków, których długości są liczbami całkowitymi centymetrów. Najdłuższy z nich ma długość 20 cm. Udowodnij, że istnieją wśród nich 3 odcinki, z których można zbudować trójkąt.
3. Czy prawdą jest, że do każdej liczby naturalnej równej iloczynowi dwóch kolejnych liczb naturalnych można dopisać z prawej strony dwie cyfry tak, aby otrzymać liczbę będącą kwadratem liczby naturalnej?
4. Wiedząc, że $\frac{a-4b}{b} = 7$, oblicz wartość wyrażenia $\frac{2a+3b}{a}$.
5. Na rysunku widoczny jest kwadrat i trójkąt równoboczny. Kąt α ma miarę 70° . Oblicz dwa kąty zaznaczone na rysunku.
6. Połowa pasażerów, którzy wsiedli do tramwaju na przystanku początkowym zajęła miejsca siedzące. Na pierwszym przystanku liczba pasażerów zwiększyła się o 8%. Ilu pasażerów wsiadło do tramwaju na przystanku początkowym, jeśli wiadomo, że w tramwaju mieści się co najwyżej 70 osób?
7. W sali kinowej mamy 7 rzędów po 10 miejsc w każdym rzędzie. Na poranny seans przyszła grupa 50 uczniów. Ta sama grupa przyszła do tej sali na popołudniowy seans. Udowodnić, że w tej grupie znajduje się dwoje dzieci, które zarówno na porannym seansie jak i na popołudniowym seansie siedziały w tym samym rzędzie (niekoniecznie o tym samym numerze, np. rano mogły siedzieć w rzędzie o numerze 1, a po południu w rzędzie o numerze 5).
8. Jeżeli piszę jedną cyfrę w ciągu sekundy, to ile czasu zajmie mi wypisanie wszystkich liczb od 1 do 2008?
9. Drogą szła grupa ludzi. Na skrzyżowaniu więcej niż $\frac{1}{3}$ z nich poszło na prawo, a więcej niż 30% poszło na lewo. Wszyscy pozostali, których jak się okazało było więcej niż $\frac{4}{11}$ grupy, zawrócili. Uzasadnij, że w tej grupie były co najmniej 173 osoby.
10. Prostokąt o wymiarach 4×5 podzielono na jednakowe kwadraciki. W każdym kwadraciku wpisano po jednej z liczb z następującego zestawu liczb: cztery jedynki, dwie dwójki, siedem trójek, osiem czwórek. Przy wpisywaniu zachowano zasadę, aby sumy liczb w kolumnach były takie same, a także sumy liczb liczb w wierszach były takie same. Której z liczb nie wpisano w prostokąt?
11. Niech AF będzie środkową w trójkącie ABC . Na przedłużeniu boku AB poza punktem B obrano punkt D . Niech E będzie punktem przecięcia prostej DF z bokiem AC trójkąta ABC . Udowodnić, że $|CE| = |EF|$, jeśli wiadomo, że $|AB| = |BD| = |AF|$.
12. W parku rośnie 18 dębów. Na każdym z nich była taka sama liczba żołądzi. Zaczął wiać silny wiatr i część żołądzi spadła z drzew: z niektórych dębów spadła dokładnie połowa żołądzi, z innych $\frac{1}{3}$ liczby żołądzi, natomiast z pozostałych dębów nie spadł ani jeden. Wiemy również, że ze wszystkich dębów spadła w sumie $\frac{1}{9}$ wszystkich żołądzi. Na ilu dębach pozostały wszystkie żołądzie?
13. Czy to prawda, że różnica każdej liczby trzycyfrowej i sumy jej cyfr dzieli się przez 9?
14. Bak był pełen benzyny. Przelano ją do trzech kanistrów. Do każdego z nich przelano tę samą całkowitą liczbę litrów. Okazało się, że w pierwszym kanistrze benzyna wypełniła $\frac{1}{2}$ jego objętości, w drugim $\frac{2}{3}$, a w $\frac{3}{4}$. Przy jakiej najmniejszej objętości baku jest możliwa taka sytuacja,

jeśli objętości baku i kanistrów wyrażają się całkowitymi liczbami litrów?

15. Ile sześciąt jest w sześcianie $5 \times 5 \times 5$ podzielonym na sześciiany jednostkowe?
16. Liczby całkowite dodatnie nieprzekraczające czterdziestu czterech podzielono na dwa zbiory ze względu na parzystość. Następnie z każdego zbioru wybrano możliwie największy podzbiór, tak że sumy liczb w tych podzbiorach były równe. Ile elementów wybrano z każdego zbioru i jaka była suma wszystkich wybranych liczb?
17. *Kto gwizdał?* - zdenerwowany nauczyciel zapytał o to swoich czterech uczniów, z których tylko jeden właśnie zagwizdał. Udzielili oni następujących odpowiedzi: Jacek: *To Marcin!* Marcin: *To Darek!* Wojtek: *Nie ja gwizdałem!* Darek: *Marcin kłamie!* Nauczyciel wie, że jego uczniowie są kłamczuchami. W tym przypadku aż trzech skłamało i tylko jeden powiedział prawdę. Kto gwizdał, a kto powiedział prawdę?
18. Dwaj mędrcy napisali na siedmiu kartkach liczby od 5 do 11 po jednej na każdej kartce i na różnych kartkach różne liczby. Następnie włożyli je do urny. Pierwszy z nich wyciągnął trzy kartki, a następnie drugi wyciągnął dwie kartki. Pierwszy rzekł do drugiego: Wiem, że suma liczb na Twoich kartkach jest parzysta. Ile wynosi suma liczb na kartkach pierwszego mędrca.
19. Pająk rozpina nitki pajęczyny we wnętrzu szklanego sześcianu. Początek i koniec każdej nitki znajduje się bądź w wierzchołku, bądź na środku krawędzi, bądź na środku ściany, nigdy jednak na tej samej ścianie sześcianu. Ile nitek może w ten sposób rozpiąć?

Serdecznie zapraszamy
na uroczyste zakończenie Ligi Zadaniowej 2009/2010!
29 maja 2010 o godzinie 10⁰⁰
w Toruniu na Wydziale Matematyki i Informatyki UMK