

Liga Zadaniowa – województwo kujawsko-pomorskie

II klasa gimnazjum

Zadania przygotowawcze do I spotkania etapu rejonowego w dniu 21 XI 2009 r.

Tematyka:

- Wielkości wprost proporcjonalne.
- Przekształcanie wzorów.
- Równania i nierówności.
- Działania na potęgach i pierwiastkach.

1. Oblicz $\frac{\sqrt[5]{3125} \cdot \sqrt[4]{6561} \cdot \sqrt{729}}{\sqrt[3]{125} \cdot \sqrt{15625} \cdot \sqrt[3]{324}} \cdot \sqrt[3]{\frac{1000}{729}} \cdot \sqrt{48 \cdot 243}$.
2. Oblicz $\frac{6^{52} \cdot 5^{51} - 6 \cdot 3^{53} \cdot 10^{50}}{2^{52} \cdot 15^{50} + 6^{50} \cdot 5^{51}}$.
3. Zbadać, która z liczb $1^1 \cdot 2^2 \cdot 3^3 \cdot \dots \cdot 9^9 \cdot 10^{10}$ czy 10^{55} jest większa ?
4. Która z liczb $\frac{1}{5 \cdot 7} + \frac{1}{7 \cdot 9} + \dots + \frac{1}{63 \cdot 65}$ czy $\frac{1}{11}$ jest większa?
5. Oblicz (a) $3 + 33 + 333 + \dots + \underbrace{33 \dots 3}_{2007 \text{ cyfr}}$, (b) $4 + 44 + 444 + \dots + \underbrace{44 \dots 4}_{2007 \text{ cyfr}}$.
6. Wyznacz wszystkie trójki liczb pierwszych takich, że iloczyn każdych dwóch z nich przy dzieleniu przez trzecią daje resztę 1.
7. Która z liczb $\sqrt{\frac{2006}{2007}}$ czy $\sqrt{\frac{2007}{2008}}$ jest większa?
8. Oblicz: (a) $\frac{10^{42} \cdot 7^{41} - 10 \cdot 5^{43} \cdot 14^{40}}{2^{42} \cdot 35^{40} + 10^{40} \cdot 7^{41}}$, (b) $\frac{5 \cdot 4^{15} \cdot 9^9 - 4 \cdot 3^{20} \cdot 8^9}{5 \cdot 2^9 \cdot 6^{19} - 7 \cdot 2^{29} \cdot 27^6}$.
9. Oblicz: (a) $5^3 \sqrt{6 \sqrt{32}} - 3^3 \sqrt{9 \sqrt{162}} - 11^6 \sqrt{18} + 2^3 \sqrt{75 \sqrt{50}}$
(b) $\sqrt[4]{7 \sqrt[3]{27} + 15 \sqrt[3]{64}} - \sqrt[3]{10 \sqrt[4]{256} + 8 \sqrt[4]{81}}$.
10. Ustaw porządku rosnącym liczby: 2^{160} , 3^{100} , 5^{60} , 8^{50} , 16^{36} .
11. Uzasadnić, że liczba $5^{n+1} + 5^{n+2} + 5^{n+3}$ jest liczba podzielna przez 155 dla każdej liczby całkowitej dodatniej n .
12. Dziadek i babcia mają razem 140 lat. Po ile lat ma każde z nich, jeżeli dziadek ma dwa razy tyle lat ile babcia miała wtedy, gdy dziadek miał tyle lat, ile babcia ma teraz?

13. Czy zachodzą równości?

(a) $\sqrt[6]{9 + 4\sqrt{5}} - \sqrt[6]{9 - 4\sqrt{5}} = 1,$

(b) $\underbrace{88 \dots 8}_{19} \underbrace{33 \dots 3}_{2006} = \underbrace{44 \dots 4}_{19} \underbrace{66 \dots 6}_{2006}.$

14. Z podanych wzorów wyznacz kolejne zmienne.

(a) $ax + by = c$

(b) $S = \pi r l$

(c) $P = \frac{a \cdot h}{2}$

(d) $\frac{1}{F} = \frac{f_1 + f_2}{f_1 \cdot f_2}$

(e) $\frac{a}{b-2} = \frac{c}{b+2}$

(f) $R = \frac{r_1 \cdot r_2}{r_1 + r_2}$

(g) $S = \frac{(a+b) \cdot h}{2}$

(h) $P = \frac{d}{M} \cdot R \cdot T$

(i) $F = G \cdot \frac{M \cdot m}{r^2}$

(j) $s = v \cdot t + \frac{at^2}{2}$

(k) $m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$

(l) $v_w = \frac{v_1 + v_2}{1 + \frac{v_1 \cdot v_2}{c^2}}$

15. Zapytano rybaka, ile waży złowiona przez niego ryba.

Rybak odpowiedział: $\frac{2}{5}$ kg i jeszcze 2 razy po $\frac{2}{5}$ swojej masy. Ile ważyła ryba?

16. Do roztworu soli kuchennej o stężeniu 10% dodano 0,5 kg soli i otrzymano roztwór o stężeniu 15%. Ile w tym roztworze będzie kilogramów soli, a ile kilogramów wody?

17. Cena biletu na mecz piłki nożnej wynosiła 15 złotych. Gdy cenę obniżono okazało się, że na mecz przychodzi o 50% widzów więcej, a dochód ze sprzedaży wzrósł o 25%. O ile obniżono cenę biletu?

18. Mianownik pewnego ułamka jest o 2004 większy od licznika. Ułamek ten skrócono i otrzymano $\frac{5}{17}$. Znajdź postać tego ułamka przed skróceniem.

19. Pewną działkę Piotr przekopie w ciągu 12 godzin, Zbyszek w ciągu 10 godzin, a Michał w ciągu 8 godzin. W jakim czasie przekopią tę działkę pracując razem?