

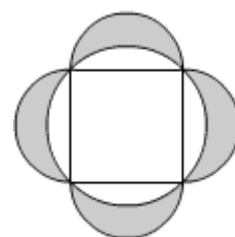
Liga Zadaniowa – województwo kujawsko-pomorskie
Klasa II gimnazjum
Etap Rejonowy
II spotkanie konkursowe 9.01.2010.

1. Czy liczba $2^{2010} + 15^{20}$ jest liczbą pierwszą?
2. Dane wyrażenie algebraiczne doprowadź do najprostszej postaci:

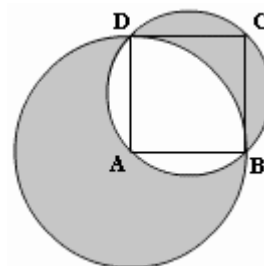
$$\left(\frac{a-b}{a+b} + \frac{a+b}{a-b}\right) \cdot \left(\frac{a^2+b^2}{2ab} + 1\right) \cdot \frac{ab}{a^2+b^2},$$

a następnie oblicz wartość tego wyrażenia dla $a = 3 + \sqrt{2}$ i $b = 1 - \sqrt{2}$.

3. Oblicz pole i obwód zacieniowanych półksiężyców (patrz rysunek obok), gdzie długość boku kwadratu wynosi 10 cm, zaś zewnętrzne łuki są półokręgami zbudowanymi na bokach kwadratu, a wewnętrzny łuk jest okręgiem opisanym na kwadracie.



4. Dany jest kwadrat o boku 6 cm. Kreślimy cztery koła, każde o środku w wierzchołku kwadratu i okrąg takiego koła przechodzi przez środek kwadratu. Figura F składa się z czterech części, które są częściami wspólnymi par tych kół. Oblicz pole i obwód figury F .



5. Pewna liczba naturalna n przy dzieleniu przez 2009 i przez 2010 daje tę samą resztę 1000. Jaką resztę otrzymamy dzieląc n przez 21?
6. Na kwadracie $ABCD$ o boku 4 opisano okrąg, a następnie wykreślono okrąg o środku w punkcie A i promieniu AB (patrz rysunek obok). Oblicz pole i obwód figury zacieniowanej.

Uwagi:

- Wszystkie odpowiedzi do zadań powinny być uzasadnione.
- Czas trwania konkursu – 90 minut.
- Nie można używać kalkulatorów