

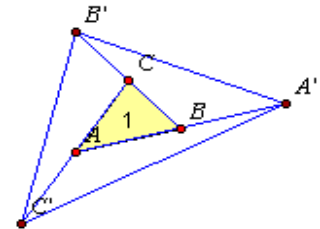
LIGA ZADANIOWA UMK W TORUNIU
ZADANIA W ROKU SZKOLNYM 2009/2010

Zadania niespodzianki
dla uczniów szkół podstawowych
na zakończenie konkursu 2009/2010

1. Ile liczb między 1 i 100 zawiera cyfrę 5?
2. Największym średniowiecznym dzwonem w Polsce jest zawieszony na wieży katedry św. Janów w Toruniu Tuba Dei. Zazwyczaj materiałem do wykonania dzwonów jest odmiana brązu cynowego, tzw. spiż (stop o następujących proporcjach: ok. 0,8 miedzi i ok. 0,2 cyny, do którego czasem dodaje się niewielkie ilości srebra i złota). Toruński Tuba Dei pochodzący z 1500 r. waży około 7,5 t. Masa krakowskiego dzwonu Zygmunt wynosi około 10,9 t.
Oblicz, ile ton miedzi zawiera Tuba Dei. O ile procent cięższy jest Zygmunt od Tuba Dei? O ile procent lżejszy jest Tuba Dei od Zygmunta? Jaka byłaby masa dzwonu zawierającego 350 kg cyny?
3. Iloczyn liczby naturalnej przez sumę jej cyfr wynosi 2008. Wyznaczyć wszystkie liczby o tej własności.
4. W ilu dwucyfrowych liczbach suma cyfr jest wielokrotnością 6?
5. Ile różnych rozwiązań ma to dzielenie $OSA : TO = AO$? Różne litery zastępują różne cyfry oraz żadna liczba nie zaczyna się od zera.
6. Na pewnym zebraniu było stu polityków. Każdy z nich był uczciwy bądź nieuczciwy. Znamy dwa fakty:
(1) Co najmniej jeden z polityków był uczciwy.
(2) Co najmniej jeden z dwóch dowolnych polityków był nieuczciwy.
Czy znając te fakty można powiedzieć ilu polityków było uczciwych, a ilu nieuczciwych?
7. W koszyku są piłeczki zielone, czerwone i niebieskie, razem 46. Zielonych piłeczek jest tyle samo, co czerwonych i niebieskich razem, czerwonych jest o 5 mniej niż niebieskich. Ile piłeczek każdego koloru jest w koszyku?
8. Mamy 8 odcinków, których długości są liczbami całkowitymi centymetrów. Najdłuższy z nich ma długość 20 cm. Udowodnij, że istnieją wśród nich 3 odcinki, z których można zbudować trójkąt.
9. Mamy naczynie o pojemności 24 litry pełne wody i 3 puste naczynia o pojemności 13,11 i 5 litrów. Podziel wodę na trzy równe części. Spróbuj to wykonać, przelewając jak najmniej razy.
10. Mamy 4 podobne monety. Trzy z nich ważą po 5 g, a masa czwartej monety jest różna od tych trzech. Jak za pomocą wagi i jednego odważnika o masie 5 g ważąc dwa razy, znaleźć fałszywą monetę i ustalić czy jest ona cięższa czy lżejsza od pozostałych?



11. Karton o wymiarach 30 cm na 21 cm trzeba pociąć tak, aby otrzymać jak najwięcej biletów o wymiarach 6cm na 8 cm . Ile można wyciąć takich biletów?
12. Na ile sposobów można rozmiąć 10 groszówkę?
13. Symbol $50!$ oznacza iloczyn liczb całkowitych od 1 do 50 włącznie. Gdybyś rzeczywiście wykonał to działanie, to ile zer otrzymałbyś na końcu?
14. Kartkę papieru o wymiarach 16 cm na 32 cm przecięto na pół. Jedną z tych części przecięto znowu na pół i powtórzono tę czynność tyle razy aż otrzymano prostokąt o wymiarach 1 cm na 2 cm . Ile cięć w sumie wykonano?
15. Liczba *nadwymiarowa* to taka liczba, której suma dzielników właściwych (czyli z wyłączeniem samej liczby) jest większa od niej samej. Na przykład, dzielnikami właściwymi liczby 8 są 1, 2 i 4, zaś $1 + 2 + 4$ to mniej niż 8, a zatem 8 nie jest liczbą *nadwymiarową*. Ile jest liczb *nadwymiarowych* mniejszych od 30?
16. Jedna z 27 monet jest fałszywa i cięższa od innych. Ważąc w rękę nie można jej odróżnić od innych. Jak ustalić, która moneta jest fałszywa, ważąc 3 razy na wadze szalkowej bez odważników?
17. W sali kinowej mamy 7 rzędów po 10 miejsc w każdym rzędzie. Na poranny seans przyszła grupa 50 uczniów. Ta sama grupa przyszła do tej sali na popołudniowy seans. Udowodnić, że w tej grupie znajdzie się dwoje dzieci, które zarówno na porannym seansie jak i na popołudniowym seansie siedziały w tym samym rzędzie (niekoniecznie o tym samym numerze, np. rano mogły siedzieć w rzędzie o numerze 1, a po południu w rzędzie o numerze 5).
18. Pole trójkąta ABC równa się 1. Punkt A' jest symetryczny do A względem B , punkt B' jest symetryczny do B względem C , punkt C' jest symetryczny do C względem A . Oblicz pole trójkąta $A'B'C'$.



19. Mamy do dyspozycji 3 kolory. Na ile sposobów można pomalować ściany sześcianu, używając każdego koloru dwukrotnie, przy czym każda ściana jest pomalowana wyłącznie jednym kolorem?
20. Jaka jest 7000-na cyfra po przecinku w rozwinięciu dziesiętnym ułamka $\frac{1}{7000}$?

Serdecznie zapraszamy
na uroczyste zakończenie Ligi Zadaniowej 2009/2010
29 maja 2010 r. o godzinie 10⁰⁰
na Wydziale Matematyki i Informatyki UMK
w Toruniu