

Liga Zadaniowa – województwo kujawsko-pomorskie
I klasa gimnazjum
Zadania przygotowawcze na I spotkanie etapu rejonowego w dniu 27 XI 2010 r r.

Tematyka:

1. Działania na liczbach wymiernych.
2. Podzielność liczb naturalnych i całkowitych.
3. Proste obliczenia procentowe.
4. Graniastopy.

1. Jeżeli Michał kupi 11 zeszytów, to zostanie mu 5 złotych, zaś na zakup 15 zeszytów brakuje mu 7 złotych. Ile pieniędzy ma Michał?
2. Za ile co najmniej lat 21 listopada wypadnie w sobotę, jak w roku 2009? Podaj co najmniej dwa takie lata, jeśli istnieją.
3. Oblicz: $\frac{(6,6-3\frac{3}{4})\cdot 5\frac{5}{6}}{(21-1,25):2,5}$.
4. Rozwiąż rebus: KOKA+KOLA=WODA, wiedząc, że jednakowym literom odpowiadają jednakowe cyfry, a różnym literom odpowiadają różne cyfry.
5. Jak w naczyniu 12-litrowym uzyskać 6 litrów płynu przy pomocy tylko naczyń 5-litrowego i 8-litrowego?
6. Liczba naturalna nazywa się **żółtą** jeśli zapisana jest przy pomocy różnych cyfr i iloczyn tych cyfr równy jest 2520. Podaj co najmniej trzy takie liczby naturalne. Wyznacz największą i najmniejszą **żółtą** liczbę naturalną.
7. Wyznacz liczbę dzielników liczby: $3^5 + 3^6 + 3^7 + 3^8$.
8. Podaj 2008. cyfrę rozwinięcia dziesiętnego ułamka $\frac{6}{7}$?
9. Czy liczba 666...6, w której cyfra 6 powtarza się 2008 razy jest kwadratem liczby naturalnej?
10. Czy istnieją dwie kolejne liczby naturalne, których sumy cyfr są podzielne przez 11?
11. Ile jest liczb naturalnych mniejszych od 2007, z których żadna nie jest podzielna przez 9, ani przez 19?
12. Połowa pasażerów, którzy wsiadli do tramwaju na przystanku początkowym zajęła miejsca siedzące. Na pierwszym przystanku liczba pasażerów zwiększyła się o 8%.
 Ilu pasażerów wsiadło do tramwaju na przystanku początkowym, jeśli wiadomo, że w tramwaju mieści się co najwyżej 70 osób?
13. Czy liczba $\frac{1}{1\cdot 2} + \frac{1}{2\cdot 3} + \frac{1}{3\cdot 4} + \dots + \frac{1}{98\cdot 99} + \frac{1}{99\cdot 100}$ jest większa od $\frac{98}{99}$?
14. Wyznacz liczbę dzielników naturalnych liczby: $2^5 + 2^4 \cdot 3^3 + 2^2 \cdot 3^2$.
15. Zbadaj, który z ułamków $\frac{39}{158}$ czy 0,24(5) jest większy.
16. Oblicz: $\frac{0,5+\frac{1}{4}+0,1(6)+0,125}{0,(3)+0,4+\frac{14}{15}} + \frac{(3,75-0,625)\cdot\frac{48}{125}}{12,8-0,25}$.
17. Wyznaczyć sumę: $\frac{1}{11\cdot 22} + \frac{1}{22\cdot 33} + \frac{1}{33\cdot 44} + \dots + \frac{1}{1991\cdot 2002}$.
18. Wyznaczyć wszystkie liczby pięciocyfrowe abcde, które są podzielne przez 36 i dla których $a < b < c < d < e$.
19. Ile istnieje trzycyfrowych liczb przy zapisie których użyto tylko raz cyfry 5?
20. 2002 jest liczbą **palindromiczną** tzn. że czytana z lewej strony do prawej i odwrotnie z prawej do lewej jest tą samą liczbą. Poprzednią liczbą palindromiczną jest liczba 1991. Jaka jest maksymalna odległość pomiędzy dwoma kolejnymi liczbami palindromicznymi zawartymi wśród liczb od 1000 do 9999?
21. Ile jest liczb naturalnych mniejszych od 2010, z których żadna nie jest podzielna przez 3, ani przez 17?
22. W przykładzie zapisanym na tablicy klasowy dowcipniś zmienił dwie cyfry i otrzymano zapis: $4 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 4 = 2247$. Odtwórz pierwotny zapis.
23. Buty kosztujące 100 zł przeceniono o 20 %. Po miesiącu w związku z sezonową obniżką, wszystkie ceny zmniejszono o 20 %, a po kolejnym miesiącu dokonano następnej przeceny i wtedy buty kosztowały 60 zł. O ile procent była ostatnia obniżka?
24. Czy można znaleźć 55 liczb dwucyfrowych takich, że wśród nich nie ma liczb dających w sumie 100?
25. W graniastopie liczba krawędzi jest o 2002 większa od liczby ścian. Ile wierzchołków ma ten graniastóp i jaki wielokąt jest jego podstawą?
26. Oblicz: (a) $\frac{959\cdot 654654}{327\cdot 137137+137\cdot 327327}$, (b) $(1+\frac{2}{3}) \cdot (1+\frac{2}{5}) \cdot \dots \cdot (1+\frac{2}{2005})$.
27. Reszta z dzielenia liczby pierwszej przez 21 jest liczbą złożoną. Jakie liczby mogą być takimi resztami?
28. Każdy z następujących ułamków dziesiętnych przedstaw w postaci ułamka zwykłego: (a) 0,7(3) (b) 0,(134) (c) 0,22(13) (d) 0,(2002) (e) 0,123(114).
29. Dwa prostopadłościennne pudełka mają równe objętości. Jedno z nich ma 1,2 dm wysokości i pole podstawy wynoszące 4,8 dm². Obliczyć wysokość drugiego pudełka, jeżeli wiemy, że jego pole podstawy jest równe 3,6 dm²?
30. Mydło w kształcie prostopadłościanu po pewnym czasie zmniejszyło swoje wymiary do połowy. Ile razy większą objętość miało to mydło przed zmydleniem?
31. Długość wszystkich krawędzi sześcianu jest równa 76,8 cm. Oblicz objętość tego sześcianu.
32. Na giełdzie jedna akcja przedsiębiorstwa SPADEK miała wartość 300 zł. W pierwszej połowie roku cena spadła o 10 %, w drugiej wzrosła o 10 %. Ile złotych obecnie trzeba zapłacić za 100 akcji tego przedsiębiorstwa?
33. Połowa zadań to zadania trudne, a połowa zadań to zadania nudne. Ile procent zadań trudnych stanowią zadania nudne, gdy wiadomo, że co trzecie z zadań nudnych to zadanie trudne?