

## Liga Zadaniowa

### województwo kujawsko-pomorskie

### Klasa I gimnazjum

### Etap rejonowy

Zadania przygotowawcze na II spotkanie konkursowe w dniu 15.01.2011 r.

**Tematyka: 1. Obliczanie pól wielokątów.**

**2. Układ współrzędnych.**

**3. Działania na wyrażeniach algebraicznych.**

**4. Kąty wierzchołkowe i naprzemianległe, przyległe i odpowiadające.**

**5. Kąty zewnętrzne i wewnętrzne różnych wielokątów.**

1. Oblicz pole czworokąta  $ABCD$ , mając dane współrzędne punktów:

$A = (-3,5)$ ,  $B = (3,3)$ ,  $C = (4,-2)$ ,  $D = (-5,-3)$ .

2. Uzupełnij kwadraty magiczne :

a)

|          |          |          |
|----------|----------|----------|
| $2x - 8$ | $-x + 1$ | $4 - 4x$ |
|          |          |          |
|          |          |          |

b)

|  |             |       |
|--|-------------|-------|
|  | $-2n^2 - 1$ | $n^2$ |
|  | $3n^2$      |       |
|  |             |       |

c)

|           |           |         |
|-----------|-----------|---------|
| $3x - 10$ | $-2x + 1$ | $5 + x$ |
|           |           |         |
|           |           |         |

3. W trójkącie  $ABC$  kąt  $A$  ma miarę  $60^\circ$ , a kąt  $B$  ma  $70^\circ$ . Przedłużono bok  $BC$  poza  $C$  i znaleziono na tym przedłużeniu punkt  $D$  taki, że  $CD = CA$ . Oblicz miary kątów trójkąta  $ACD$ .

4. Dane są punkty o współrzędnych  $(-4, -1)$ ,  $(4, -2)$ ,  $(2, 4)$ .

Wyznacz wszystkie równoległoboki, których trzy wierzchołki znajdują się w podanych punktach.

5. Zewnętrzne kąty trójkąta są proporcjonalne do liczb  $6 : 7 : 11$ . Znajdź kąt między dwusiecznymi wychodzącymi z wierzchołków mniejszych kątów wewnętrznych tego trójkąta.

6. Przekątna czworokąta wypukłego dzieli na połowę odcinek łączący środki przeciwległych boków tego czworokąta. Udowodnij, że przekątna ta dzieli czworokąt na dwa trójkąty o równych polach.

7. W trójkącie ostrokątnym  $ABC$  wysokość  $CD$  tworzy z bokiem  $AC$  kąt o mierze  $30^\circ$ . Kąt przy wierzchołku  $B$  w tym trójkącie jest dwukrotnie większy niż kąt przy wierzchołku  $C$ . Wyznacz miary kątów wewnętrznych trójkąta  $ABC$ .

8. Dane są punkty o współrzędnych  $(-3, -1)$ ,  $(3, -1)$ ,  $(1, 3)$ .

Wyznacz wszystkie równoległoboki, których trzy wierzchołki znajdują się w podanych punktach.

9. W trójkąt o kątach  $40^\circ$ ,  $70^\circ$ ,  $70^\circ$  wpisano okrąg i połączono punkty styczności trójkąta i okręgu. Oblicz miary kątów powstałego trójkąta..

10. Niech  $P$  będzie dowolnym punktem czworokąta wypukłego  $ABCD$ . Punkt ten połączono z punktami  $K, L, M, N$  będącymi środkami odpowiednio boków  $AB, BC, CD, DA$ . Udowodnij, że suma pól czworokątów  $AKPN$  i  $CMPL$  jest równa sumie pól czworokątów  $BLPK$  i  $DMPN$ .

11. W trójkącie równoramiennym  $ABC$ , gdzie  $|AB| = |BC|$ , miara jednego z kątów z zewnątrz jest równa  $110^\circ$ . Wyznacz miary kątów wewnętrznych trójkąta.

12. Punkty  $A, B, C, D$  i  $E$  dzielą okrąg na równe części i leżą na okręgu w podanej kolejności. Oblicz miary: kąta  $CDE$ , kąta  $CDE$  oraz kąta  $CEA$ .

13. Oblicz pole wielokąta przedstawionego na rysunku wiedząc, że  $0 < x < 1$ . Ponadto podano długości boków i zaznaczone kąty są proste.

14. Wiedząc, że  $\frac{a}{a+b} = \frac{1}{2009}$  oblicz  $\frac{b}{a+3b}$ .

15. Punkty  $A = (4, -2)$  i  $B = (4, 4)$  są wierzchołkami trójkąta  $ABC$ , którego pole jest równe

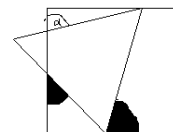
16. Znajdź współrzędne punktu  $C$ , wiedząc, że:

- trójkąt  $ABC$  jest równoramienny i odcinek  $AB$  jest jego podstawą,
- trójkąt  $ABC$  jest prostokątny,
- druga współrzędna punktu  $C$  jest równa  $-3$ .

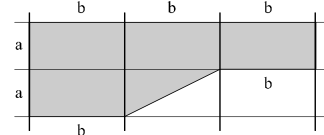
*Uwaga: Każdy z podpunktów traktujemy jako osobne zadanie.*

16. Ile jest różnych trójkątów prostokątnych o polu 2004 i przyprostokątnych naturalnej długości?

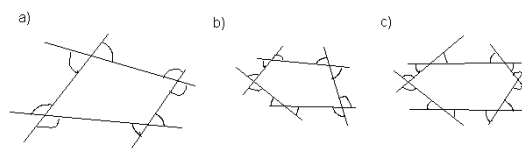
17. Na rysunku widoczny jest kwadrat i trójkąt równoboczny. Kąt  $\alpha$  ma miarę  $70^\circ$ . Oblicz dwa kąty zaznaczone na rysunku.



18. Zapisz i doprowadź do najprostszej postaci wyrażenie algebraiczne, na którego podstawie można obliczyć kwotę spłaconych pieniędzy, jeśli umowa między dłużnikiem, a wierzycielem zakłada, że pierwsze trzy raty będą jednakowej wysokości, a każda następna będzie równa połowie poprzedniej, oraz że wszystkich rat jest 10.



19. Jakie jest pole i obwód narysowanego wielokąta? Odpowiedź podaj w postaci jak najprostszego wyrażenia algebraicznego.



Rys 2

20. W każdym z wielokątów na rysunku poniżej oblicz sumę miar kątów zaznaczonych łukami. Co zauważyłeś? (rysunek 2)

21. Czy istnieje sześciokąt wypukły w którym cztery kąty wewnętrzne są proste?

22. Znajdź wszystkie liczby pierwsze  $p$ , jeżeli wiadomo, że  $p+2$  i  $p+4$  też są liczbami pierwszymi.

**Uwaga:** Dodatkowe zadania przygotowawcze można znaleźć w książce „Liga Zadaniowa”

Str.25 – 27 oraz str. 15 – 18, str. 78 – 90.